

INSTITUTO DE ENGENHARIA NUCLEAR

RODOLFO IENNY MARTINS

**DESENVOLVIMENTO DE CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA
ANÁLISE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR TRANSIENTE 3D
ATÉ O DRYOUT EM VARETAS COMBUSTÍVEIS SOB
CONDIÇÕES NÃO USUAIS**

**Rio de Janeiro
2016**

RODOLFO IENNY MARTINS

**DESENVOLVIMENTO DE CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA
ANÁLISE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR TRANSIENTE 3D
ATÉ O DRYOUT EM VARETAS COMBUSTÍVEIS SOB
CONDIÇÕES NÃO USUAIS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ciência e Tecnologia Nucleares do Instituto de Engenharia Nuclear como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Mestre em Ciência e Tecnologia Nucleares

Orientadores: Maria de Lourdes Moreira
Paulo Augusto Berquó de Sampaio

Rio de Janeiro
2016

MART Martins, Rodolfo Ienny.

Desenvolvimento de código computacional para análise de transferência de calor transiente 3D até o Dryout em varetas combustíveis sob condições não usuais / Rodolfo Ienny Martins – Rio de Janeiro: CNEN/IEN, 2016.

XXV, 183 f. : il. ; 31 cm.

Orientadores: Maria de Lourdes Moreira e Paulo Augusto Berquó de Sampaio.

Dissertação (Mestrado) – Instituto de Engenharia Nuclear, PPGIEN, 2016.

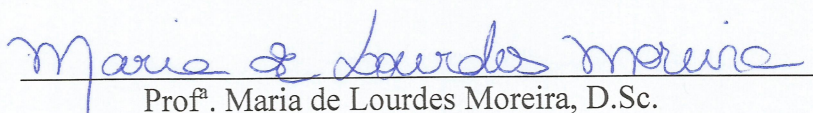
1. LWRs. 2. Vareta combustível. 3. Canal refrigerante. 4. Método dos elementos finitos. 5. Transferência de calor. 6. Escoamento bifásico.

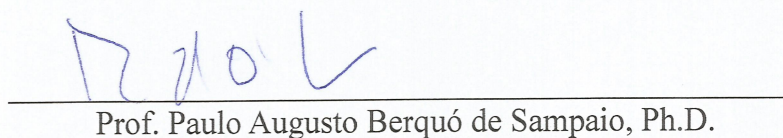
“DESENVOLVIMENTO DE CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DE
TRANSFERÊNCIA DE CALOR TRANSIENTE 3D ATÉ O DRYOUT EM VARETAS
COMBUSTÍVEIS SOB CONDIÇÕES NÃO USUAIS”

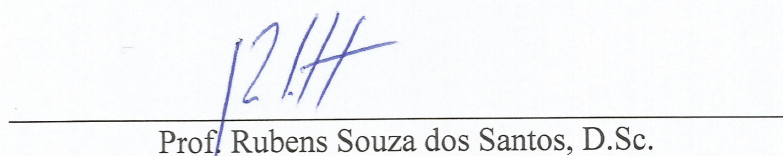
Rodolfo Ienny Martins

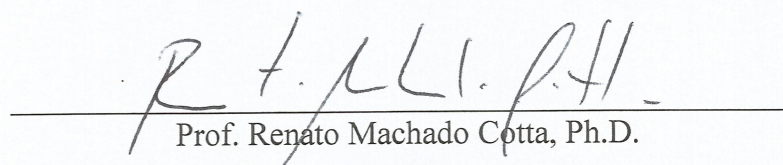
DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA NUCLEARES DO INSTITUTO DE ENGENHARIA NUCLEAR COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA NUCLEARES.

Aprovada por:


Prof.ª. Maria de Lourdes Moreira, D.Sc.


Prof. Paulo Augusto Berquó de Sampaio, Ph.D.


Prof. Rubens Souza dos Santos, D.Sc.


Prof. Renato Machado Cotta, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

NOVEMBRO DE 2016

Agradecimentos

Gostaria de agradecer aos meus pais Maria Aurélia Ienny Martins e Luiz Martins Filho por sempre apoiarem os meus estudos.

Aos meus orientadores professora Maria de Lourdes Moreira e professor Paulo Augusto Berquó de Sampaio, pela orientação e o conhecimento oferecido nestes anos de mestrado.

Ao pesquisador colaborador Renato Raoni Werneck Affonso pelas sugestões e a inquestionável ajuda nesta dissertação.

A todos os professores e funcionários da Pós-Graduação em Ciência e Tecnologia Nucleares pelo aprendizado e o auxílio.

Ao professor Carlos Alberto de Freitas por ter me sugerido esta pós-graduação e aos meus colegas de mestrado pelo convívio.

*Sem propósito o conhecimento é infrutuoso,
sem ética o conhecimento é pernicioso.*

Resumo

O presente trabalho integra um projeto em execução no Instituto de Engenharia Nuclear para cálculos termo-hidráulicos em varetas combustíveis de reatores nucleares. Ancorado nos estudos que o antecedem, ele aprimorou a metodologia anteriormente empregada, tornando possível, mediante uma simples modelagem de mistura homogênea, a análise de escoamentos bifásicos (líquido-vapor) de componente único (água leve) e, deste modo, transpor o limite imposto pela temperatura de saturação do líquido refrigerante. Em seu âmago encontra-se o método dos elementos finitos com o qual foram discretizadas uma vareta combustível típica de reatores de água leve e o canal refrigerante que lhe é peculiar. Tal vareta contou com uma discretização tridimensional na qual foi aplicado o método de Galerkin, enquanto a que concerne ao canal foi unidimensional, obtida através do método dos mínimos quadrados. O acoplamento dessas discretizações foi realizado equilibrando o fluxo de calor entre os referidos componentes do reator através da implementação de um processo de “iterações internas”. Seis foram as verificações empreendidas no programa desenvolvido: convergência ao estacionário de simulações com distintas condições iniciais de temperatura, similitude dos dados por ele alcançados com o produto gerado pela solução analítica da equação de transporte de entalpia no canal refrigerante, adequação das “iterações internas” em vista da metodologia do programa desenvolvido em [Affonso \(2013\)](#), comparação de seus resultados com os proporcionados pelo trabalho de [Krepper et al. \(2007\)](#), e averiguações entre o emprego das duas correlações implementadas para a transferência de calor no regime de ebulição em escoamento: a de Chen e a de Steiner e Taborek, e das duas fontes fornecidas para as propriedades físicas do refrigerante: as rotinas do código NBSNRCE e as correlações da IAPWS. Finalmente, são apresentados estudos de caso para a vareta mais quente de um PWR. Estes estudos compreendem tanto o estado estacionário quanto simulações do transiente de desligamento com perda do sistema de remoção de calor residual (parada de bomba). São considerados casos em que a vareta mais quente pode se encontrar em um de três estados: perfeita, curvada ou apresentando *ballooning*. Também são realizadas análises quanto a duas condições de posicionamento do combustível no interior da vareta: concêntrico ou excêntrico.

Palavras-chave: LWRs. Vareta combustível. Canal Refrigerante. Método dos elementos finitos. Transferência de calor. Escoamento bifásico.

Abstract

The present work is part of an ongoing project in the Instituto de Engenharia Nuclear for thermo-hydraulic calculations in fuel rods of nuclear reactors. Based upon preceding studies, it improved the previous methodology, making it possible, by the simple modeling of a homogeneous mixture, to analyze two-phase flows (liquid-vapor) of one component (light water) and thus overcome the threshold imposed by the saturation temperature of the coolant. At its heart is the finite element method with which a typical fuel rod of a light-water reactor and its peculiar coolant channel were discretized. This rod had a three-dimensional discretization in which the Galerkin method was applied, whereas the channel's one-dimensional discretization was obtained by the least-squares method. The coupling of these discretizations was carried out by balancing the heat flux between said reactor's components through the implementation of a process of "internal iterations". Six were the verifications undertaken in the developed program: convergence toward the steady state of simulations with different initial conditions of temperature, similarity of the data obtained by it with the product of the analytical solution of the enthalpy transport equation in the coolant channel, adequacy of the "internal iterations" in regard to the methodology of the program developed in [Affonso \(2013\)](#), comparison of its results with those provided by the work of [Krepper et al. \(2007\)](#), and examinations concerning the use of the two implemented correlations for heat transfer in the flow boiling regime: the Chen's and the Steiner and Taborek's, and the two sources provided for the physical properties of the coolant: the routines of NBSNRCE code and the correlations of IAPWS. Finally, case studies are presented for the hottest fuel rod of a PWR. These studies include the steady state and simulations of the shutdown transient in which there is loss of the residual heat removal system (pump trip). Cases are considered in which the hottest rod can be in one of three states: perfect, curved or presenting ballooning. Analysis are also carried out considering two fuel positioning conditions within the rod: concentric or eccentric.

Keywords: LWRs. Fuel Rod. Coolant channel. Finite element method. Heat transfer. Two-phase flow.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Recorte de uma geometria gerada por intermédio do software GiD® . . .	31
Figura 2 – Vareta combustível curvada (corte longitudinal)	33
Figura 3 – Vareta combustível com <i>ballooning</i> (corte longitudinal)	34
Figura 4 – Gráfico da fração de potência no desligamento	37
Figura 5 – Gráfico da fração de potência no desligamento devido à neutros atrasados e produtos de fissão	37
Figura 6 – Canal refrigerante	39
Figura 7 – Gráfico da razão de vazão no desligamento (\dot{m}/\dot{m}_0)	40
Figura 8 – Recorte da discretização da VC e do CR	61
Figura 9 – Iterações Internas	62
Figura 10 – Fluxograma das Iterações Internas	63
Figura 11 – Gráfico da evolução temporal da entalpia do refrigerante a meia altura do canal (verificação convergência)	67
Figura 12 – Gráfico da evolução temporal da temperatura média na superfície ex- terna do revestimento a meia altura da vareta combustível (verificação convergência)	67
Figura 13 – Gráfico da evolução temporal da temperatura média na superfície in- terna do revestimento a meia altura da vareta combustível (verificação convergência)	68
Figura 14 – Gráfico da evolução temporal da temperatura média na superfície ex- terna do combustível a meia altura da vareta combustível (verificação convergência)	68
Figura 15 – Gráfico da evolução temporal da temperatura no centro do combustível a meia altura da vareta combustível (verificação convergência)	69
Figura 16 – Gráfico das distribuições espaciais de entalpia no refrigerante ao alcançar o estacionário (verificação do estado estacionário do BWR-5)	72
Figura 17 – Gráfico do erro relativo percentual entre as distribuições de entalpia ao alcançar o estacionário (verificação do estado estacionário do BWR-5)	72

Figura 18 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura no refrigerante ao alcançar o estacionário (verificação mediante o programa de Affonso (2013))	75
Figura 19 – Gráfico do erro relativo percentual entre as distribuições de temperatura no refrigerante ao alcançar o estacionário (verificação mediante o programa de Affonso (2013))	75
Figura 20 – Gráfico das temperaturas na validação por meio de Krepper et al. (2007)	78
Figura 21 – Gráfico da fração de vazio na validação por meio de Krepper et al. (2007)	78
Figura 22 – Gráfico da diferença percentual entre as distribuições de temperatura na superfície externa da vareta combustível fictícia da validação Krepper et al. (2007), segundo as correlações de Chen e de Steiner e Taborek . .	80
Figura 23 – Gráfico das distribuições espaciais de entalpia e temperatura do refrigerante ao alcançar o estacionário (Casos Chen e Steiner)	81
Figura 24 – Gráfico da diferença percentual entre as distribuições espaciais de entalpia e temperatura do refrigerante ao alcançar o estacionário (Casos Chen e Steiner)	82
Figura 25 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura média na superfície externa do revestimento ao alcançar o estacionário (Casos Chen e Steiner)	82
Figura 26 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura média na superfície interna do revestimento ao alcançar o estacionário (Casos Chen e Steiner)	83
Figura 27 – Gráfico da diferença percentual entre as distribuições espaciais de temperatura nas superfícies externas e internas do revestimento ao alcançar o estacionário (Casos Chen e Steiner)	84
Figura 28 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura no centro e na superfície externa do combustível (média) ao alcançar o estacionário (Casos Chen e Steiner)	84
Figura 29 – Gráfico da diferença percentual entre as distribuições espaciais de temperatura nos centros e nas superfícies externas do combustível ao alcançar o estacionário (Casos Chen e Steiner)	85
Figura 30 – Gráfico das distribuições espaciais de entalpia do refrigerante ao alcançar o estacionário (Casos NBSNRCE e IAPWS-IF97)	86

Figura 31 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura nas superfícies da vareta (médias), no centro do combustível e no canal ao alcançar o estacionário (Casos NBSNRCE e IAPWS-IF97)	86
Figura 32 – Gráfico do erro relativo percentual entre as distribuições espaciais dos Casos NBSNRCE e IAPWS-IF97 ao alcançar o estacionário	87
Figura 33 – Gráfico das evoluções temporais de entalpia do refrigerante na saída do canal (Casos NBSNRCE e IAPWS-IF97)	88
Figura 34 – Gráfico das evoluções temporais de temperatura média na superfície externa do revestimento na altura da saída do canal (Casos NBSNRCE e IAPWS-IF97)	88
Figura 35 – Gráfico do erro relativo percentual entre as evoluções temporais de temperatura e entalpia dos Casos NBSNRCE e IAPWS-IF97	89
Figura 36 – Representação dos locais adicionais de interesse em uma vareta com combustível excêntrico	91
Figura 37 – Gráfico das distribuições espaciais de entalpia do refrigerante ao alcançar o estacionário (todos os casos)	93
Figura 38 – Gráfico da diferença percentual entre as distribuições espaciais de entalpia do refrigerante ao alcançar o estacionário (todos os casos)	93
Figura 39 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura do refrigerante ao alcançar o estacionário (todos os casos)	94
Figura 40 – Vareta com combustível excêntrico	95
Figura 41 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura na superfície externa do revestimento ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 2)	95
Figura 42 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura na superfície interna do revestimento ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 2)	96
Figura 43 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura na superfície externa do combustível ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 2)	96
Figura 44 – Cortes transversais das distribuições espaciais de temperatura a meia altura ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 2)	97
Figura 45 – Cortes transversais das distribuições espaciais de temperatura no revestimento a meia altura ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 2)	97

Figura 46 – Gráfico das distribuições espaciais radiais de temperatura a meia altura na direção do deslocamento ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 2) . . .	98
Figura 47 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura no centro do combustível ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 2)	98
Figura 48 – Gráfico das evoluções temporais de entalpia no canal refrigerante na altura em que ocorre <i>Dryout</i> (Casos 1 e 2)	99
Figura 49 – Gráfico das evoluções temporais de temperatura na superfície externa do revestimento na altura em que ocorre <i>Dryout</i> (Casos 1 e 2)	100
Figura 50 – Gráfico das evoluções temporais de fluxo de calor entre vareta e canal na altura em que ocorre <i>Dryout</i> (Casos 1 e 2)	101
Figura 51 – Gráfico das evoluções temporais de título de vapor em escoamento na altura em que ocorre <i>Dryout</i> (Casos 1 e 2)	101
Figura 52 – Gráfico das distribuições espaciais de título de vapor em escoamento no instante em que ocorre <i>Dryout</i> (Casos 1 e 2)	102
Figura 53 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura no canal refrigerante e na superfície externa do revestimento no instante em que ocorre <i>Dryout</i> (Caso 1)	102
Figura 54a – Cortes longitudinais e transversais da distribuição geral de temperatura na vareta combustível do Caso 2 em momentos selecionados	103
Figura 54b – Cortes longitudinais e transversais da distribuição geral de temperatura na vareta combustível do Caso 2 em momentos selecionados	104
Figura 55 – Representação do conjunto formado pela vareta combustível e o canal refrigerante	105
Figura 56 – Histograma da diferença percentual entre os Casos 1 e 3 ao alcançarem o estacionário	105
Figura 57 – Cortes longitudinais das distribuições de temperatura nas varetas combustíveis dos Casos 1 e 3 em três instantes de interesse	106
Figura 58 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura no centro do combustível ao alcançar o estacionário (Casos 1, 4.1, 4.2 e 4.3)	108
Figura 59 – Gráfico do aumento de temperatura no centro do combustível conforme a dimensão do <i>ballooning</i> (Casos 4.1, 4.2 e 4.3)	108
Figura 60 – Corte longitudinal da vareta combustível com <i>ballooning</i> do Caso 4.2 .	109

Figura 61 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura médias nas superfícies externa e interna do revestimento ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 4.2)	110
Figura 62 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura na superfície externa do combustível ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 4.2)	110
Figura 63 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura no centro do combustível ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 4.2)	111
Figura 64 – Cortes longitudinais das distribuições de temperatura nas varetas combustíveis (Casos 1 e 4.2)	111
Figura 65 – Gráfico das evoluções temporais de entalpia no canal refrigerante na altura em que ocorre <i>Dryout</i> (Casos 1 e 4.2)	112
Figura 66 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura nas superfícies da vareta (médias), no centro do combustível e no canal refrigerante na altura em que ocorre <i>Dryout</i> (Casos 1 e 4.2)	113
Figura 67 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura nas superfícies da vareta (médias), no centro do combustível e no canal refrigerante na altura de centro do <i>ballooning</i> (Casos 1 e 4.2)	113
Figura 68 – Gráfico da diferença de temperatura entre os Casos 4.2 e 1 segundo o centro e a superfície externa do combustível na altura de centro do <i>ballooning</i>	114
Figura 69a – Cortes longitudinais e transversais da distribuição geral de temperatura na vareta combustível do Caso 4.2 em momentos selecionados	115
Figura 69b – Cortes longitudinais e transversais da distribuição geral de temperatura na vareta combustível do Caso 4.2 em momentos selecionados	116
Figura 70 – Canal refrigerante	128
Figura 71 – Volume de controle infinitesimal	132
Figura 72 – Gráfico das densidades provenientes das correlações da IAPWS-95, da IAPWS-IF97 e do código NBSNRCE	162
Figura 73 – Gráfico do erro relativo percentual entre as densidades provenientes das correlações da IAPWS-95 e da IAPWS-IF97	162
Figura 74 – Gráfico do erro relativo percentual entre as densidades provenientes da correlação da IAPWS-95 e do código NBSNRCE	163

Figura 75 – Gráfico dos calores específicos isobáricos provenientes das correlações da IAPWS-95, da IAPWS-IF97 e do código NBSNRCE	163
Figura 76 – Gráfico do erro relativo percentual entre os calores específicos isobáricos provenientes das correlações da IAPWS-95 e da IAPWS-IF97	164
Figura 77 – Gráfico do erro relativo percentual entre os calores específicos isobáricos provenientes da correlação da IAPWS-95 e do código NBSNRCE	164
Figura 78 – Gráfico das viscosidades provenientes das correlações da IAPWS-95, da IAPWS-IF97 e do código NBSNRCE	165
Figura 79 – Gráfico do erro relativo percentual entre as viscosidades provenientes das correlações da IAPWS-95 e da IAPWS-IF97	165
Figura 80 – Gráfico do erro relativo percentual entre as viscosidades provenientes da correlação da IAPWS-95 e do código NBSNRCE	166
Figura 81 – Gráfico das condutividades térmicas provenientes das correlações da IAPWS-95, da IAPWS-IF97 e do código NBSNRCE	166
Figura 82 – Gráfico do erro relativo percentual entre as condutividades térmicas provenientes das correlações da IAPWS-95 e da IAPWS-IF97	167
Figura 83 – Gráfico do erro relativo percentual entre as condutividades térmicas provenientes da correlação da IAPWS-95 e do código NBSNRCE	167

Lista de tabelas

Tabela 1 – Tabela de designação das propriedades dos componentes da VC	32
Tabela 2 – Tabela de parâmetros da correlação de Steiner e Taborek	46
Tabela 3 – Variáveis para a adimensionalização	51
Tabela 4 – Tabela dos parâmetros do BWR-5 da estação nuclear Nine Mile Point .	64
Tabela 5 – Tabela das características da malha referente a vareta combustível do BWR-5 da estação nuclear Nine Mile Point	65
Tabela 6 – Tabela dos parâmetros do PWR da estação nuclear de Seabrook	65
Tabela 7 – Tabela das características da malha referente a vareta com combustível concêntrico do PWR da estação nuclear de Seabrook	66
Tabela 8 – Tabela representativa dos casos de verificação	66
Tabela 9 – Propriedades físicas e termo-hidráulicas constantes usadas na simulação do BWR-5 da estação nuclear Nine Mile Point	71
Tabela 10 – Tabela dos parâmetros para verificação por meio do programa de Affonso (2013)	73
Tabela 11 – Tabela das características da malha referente à verificação por meio do programa de Affonso (2013)	74
Tabela 12 – Propriedades físicas e termo-hidráulicas constantes usadas na verificação por meio do programa de Affonso (2013)	74
Tabela 13 – Tabela de comparação com os resultados analíticos de Todreas e Kazimi (1990)	76
Tabela 14 – Tabela dos parâmetros do caso de validação de Krepper et al. (2007) .	77
Tabela 15 – Tabela das características da malha referente a vareta combustível fictícia gerada para o caso de verificação mediante o trabalho de Krepper et al. (2007)	79
Tabela 16 – Tabela representativa dos estudos de caso	90
Tabela 17 – Tabela das condições de parada das simulações	91
Tabela 18 – Tabela das características da malha referente a vareta com combustível excêntrico do PWR da estação nuclear de Seabrook	92
Tabela 19 – Tabela das características dos <i>balloonings</i>	107

Tabela 20 – Aspectos técnicos dos Casos 1, 2, 3, e 4.2	117
Tabela 21 – Tabela das integrais presentes nas equações (C.11a) e (C.11b)	151
Tabela 22 – Tabela das integrais presentes nas equações (C.23a) e (C.23b)	156
Tabela 23 – Valores de referência para condutividade térmica	169
Tabela 24 – Valores obtidos para condutividade térmica	170
Tabela 25 – Valores de referência para validação da IAPWS-95	170
Tabela 26 – Valores obtidos por meio da implementação da IAPWS-95	171
Tabela 27 – Valores de referência para viscosidade	171
Tabela 28 – Valores obtidos para viscosidade	171
Tabela 29 – Valores de referência para viscosidade	172
Tabela 30 – Valores obtidos para viscosidade	172
Tabela 31 – Valores de referência para IAPWS-IF97	173
Tabela 32 – Valores obtidos para IAPWS-IF97	173
Tabela 33 – Valores de referência para condutividade térmica	174
Tabela 34 – Valores obtidos para condutividade térmica	174
Tabela 35 – Valores de referência para IAPWS-IF97	175
Tabela 36 – Valores obtidos para IAPWS-IF97	176
Tabela 37 – Valores de referência para condutividade térmica	176
Tabela 38 – Valores obtidos para condutividade térmica	177

Lista de abreviaturas e siglas

1D	Unidimensional
3D	Tridimensional
BWR	Boiling Water Reactor
CHF	Critical Heat Flux
CHFR	Critical Heat Flux Ratio
CR	Canal Refrigerante
DDVC	Dilatação do Diâmetro da Vareta Combustível
DNB	Departure from Nucleate Boiling
DP	Diferença Percentual
EACR	Estrangulamento da Área do Canal Refrigerante
ERP	Erro Relativo Percentual
FDB	Fully Developed Subcooled Boiling
IAEA	International Atomic Energy Agency
IAPWS	International Association for the Properties of Water and Steam
IAPWS-95	The IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use
IAPWS-IF97	IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam
IEN	Instituto de Engenharia Nuclear
IFE	Institute for Energy Technology
LWR	Light Water Reactor

MPI	Message Passing Interface
NBSNRCE	Código computacional para cálculo das propriedades da água
ONB	Onset of Nucleate Boiling
OSV	Onset of Significant Void
PMPD	Ponto de Mínimo Pós-Desligamento
PSB	Partial Subcooled Boiling
PWR	Pressurized Water Reactor
SNB	Saturated Nucleate Boiling
VC	Vareta Combustível

Lista de símbolos

A	Área em m
a	Altura em m
C_p	Calor específico isobárico em $\text{J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
C_v	Calor específico isocórico em $\text{J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
C_κ	Calor específico isobárico ou isocórico em $\text{J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
D	Diâmetro em m
e	Energia total por unidade de massa J kg^{-1}
f	Fator de atrito de Fanning
\vec{f}	Força conservativa por unidade de massa N kg^{-1}
g	Aceleração da gravidade ($9,806\,65 \text{ m s}^{-2}$)
h	Entalpia específica em J kg^{-1}
h_c	Coefficiente de transferência de calor em $\text{W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
k, λ	Condutividade térmica em $\text{W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
\dot{m}	Vazão mássica em kg s^{-1}
n	Número
\vec{n}	Vetor normal à superfície externa do canal equivalente
Nu	Número de Nusselt
p	Pressão em Pa
p	<i>Pitch</i> em m
P	Perímetro em m
Pr	Número de Prandtl

P_r	Pressão reduzida
Pc	Número de Péclet
q'	Taxa linear de “geração de calor” (aquisição de energia térmica), ou potência linear em W m^{-1}
\vec{q}''	Fluxo de calor em W m^{-2}
q''	Magnitude ou componente do fluxo de calor em W m^{-2}
$q''_{cr,n}$	Fluxo crítico de calor não-uniforme em W m^{-2}
$q''_{cr,u}$	Fluxo crítico de calor uniforme em W m^{-2}
q''_{P_w}	Integral do fluxo de calor no perímetro externo da vareta combustível em W m^{-1}
q'''	Taxa volumétrica de “geração de calor” (aquisição de energia térmica), ou densidade de potência em W m^{-3}
r	Raio em m
R_p	Rugosidade superficial em m
Re	Número de Reynolds
s	Entropia específica em $\text{J kg}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
S	Superfície em m^2
t	Tempo em s
T	Temperatura em $^\circ\text{C}$
u	Energia interna específica J kg^{-1}
\vec{v}	Velocidade em m s^{-1}
v	Magnitude ou componente da velocidade em m s^{-1}
V	Volume em m^3
\mathbf{v}	Volume específico $\text{m}^3 \text{ kg}^{-1}$

w	Velocidade do som m s^{-1}
x, y, z	Direção x , y ou z
x	Título de vapor em escoamento
x	Direção ou variável arbitrária
x_{eq}	Título termodinâmico, ou de equilíbrio, de vapor
X_{tt}	Parâmetro de Martinelli
α	Fração de vazio
μ	Viscosidade em Pa s
ϕ	Energia potencial por unidade de massa em J kg^{-1}
ρ	Densidade em kg m^{-3}
τ	Tensão de cisalhamento em Pa
σ	Tensão normal em Pa
δV	Volume de controle infinitesimal
\odot	Centro do volume de controle infinitesimal

Sobrescritos

(e)	de(o) elemento(s)
(n)	de(o) nó(s)
n	do passo de tempo atual (o que possuímos)
$n + 1$	do passo de tempo ulterior (o que deve ser calculado)

Subscritos

(e)	do elemento
0	de referência

<i>a</i>	antigo ou anterior
<i>c</i>	do revestimento
<i>ci</i>	da parede interna do revestimento
<i>cn</i>	do canal
<i>ce</i>	da parede externa do revestimento
<i>cr</i>	crítico
<i>cur</i>	da vareta combustível curvada
<i>d</i>	do lado direito (lado para o qual ocorre deslocamento)
<i>dryout</i>	do estado de <i>Dryout</i>
<i>e</i>	do lado esquerdo (lado contrário ao deslocamento)
<i>f</i>	do combustível
<i>fc</i>	do centro do combustível
<i>fe</i>	da parede externa do combustível
<i>fn</i>	ponto final
<i>fus</i>	de fusão
<i>f</i>	do líquido saturado
<i>g</i>	do gap
<i>g</i>	do vapor saturado
<i>h</i>	hidráulico
<i>ic</i>	ponto inicial
<i>in</i>	de entrada do canal
<i>l</i>	do líquido
<i>m</i>	da mistura homogênea

max	máximo(a)
med	médio(a)
na	devido aos nêutrons atrasados
NB	do regime de ebulição nucleada
NpB	do regime de ebulição nucleada em piscina
p	de pico
pf	decorrente dos produtos de fissão
q	devido ao fluxo de calor
s	após o desligamento
s	no (devido ao) espaço
sc	na saída do canal refrigerante
ss	do estado estacionário
sat	de saturação
t	no (devido ao) tempo
v	do vapor
vc	da vareta combustível
w	da superfície lateral externa da vareta combustível
x, y, z	na direção x , y ou z
α	normalizado ou padronizado
ϑ	da iteração interna
∞	da massa de líquido, bulk.
\dagger	central, na metade do intervalo.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	26
1.1	Importância da Energia Nuclear	26
1.2	Histórico do Projeto	27
1.3	Objetivo	28
1.4	Contribuição	28
1.5	Organização do Trabalho	29
2	MODELAGEM FÍSICA	30
2.1	Conservação de Energia	30
2.2	Vareta Combustível	31
2.2.1	Deformidades	32
2.2.1.1	Vareta Curvada	33
2.2.1.2	Vareta com <i>Ballooning</i>	34
2.2.2	Potência	35
2.2.3	Propriedades Físicas dos Materiais da Vareta Combustível	38
2.3	Canal Refrigerante	38
2.3.1	Vazão	39
2.3.2	Propriedades Físicas do Refrigerante	40
2.4	Correlações Termo-hidráulicas	41
2.4.1	Transferência de Calor	41
2.4.1.1	Convecção Forçada Monofásica (líquido)	42
2.4.1.2	Ebulição em Escoamento	42
2.4.1.3	Pontos de Transição Entre Regimes de Transferência de Calor	46
2.4.2	Título de Vapor em Escoamento	47
2.4.3	Fração de Vazio	48
2.4.4	Fluxo Crítico de Calor	48
2.4.4.1	DNB	49
2.4.4.2	<i>Dryout</i>	50
3	MODELAGEM COMPUTACIONAL	51

3.1	Vareta Combustível	51
3.1.1	Adimensionalização	52
3.1.2	Discretização	52
3.1.3	Cálculo do Δt	55
3.2	Canal Refrigerante	55
3.2.1	Adimensionalização	55
3.2.2	Discretização	56
3.2.3	Cálculo do Δt	58
4	O CÓDIGO COMPUTACIONAL	60
4.1	Implementação	60
4.1.1	Acoplamento 3D-1D	60
4.1.2	Iterações Internas	61
4.2	Verificação e Validação	64
4.2.1	Convergência	66
4.2.2	Solução Analítica	69
4.2.3	Affonso (2013)	73
4.2.4	Krepper et al. (2007)	76
4.2.5	Correlações de Chen e de Steiner e Taborek	80
4.2.6	Correlações da IAPWS-IF97 e o Código NBSNRCE	85
5	ESTUDOS DE CASO	90
5.1	Comparações Acerca de um PWR	92
5.1.1	Varetas Perfeitas com Combustíveis Concêntrico e Excêntrico	94
5.1.2	Varetas Perfeita e Curvada com Combustíveis Concêntricos	104
5.1.3	<i>Balloonings</i>	107
5.1.4	Varetas Perfeita e com <i>Ballooning</i>	109
5.1.5	Custo Computacional	116
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	118
6.1	Sugestões para Trabalhos Futuros	119
	REFERÊNCIAS	121

APÊNDICES	125
APÊNDICE A – EQUAÇÕES DE TRANSPORTE (FORMAS ESPECÍFICAS PARA O PRESENTE TRABALHO)	126
A.1	Vareta Combustível 126
A.2	Canal Refrigerante 128
APÊNDICE B – EQUAÇÕES DE TRANSPORTE (FORMAS GERAIS)	132
B.1	Meios Líquidos e Gasosos 132
B.1.1	Massa 132
B.1.2	Momento 135
B.1.3	Energia 139
B.1.3.1	Em Função da Energia Interna 144
B.1.3.2	Em Função da Temperatura 145
B.1.3.3	Em Função da Entalpia 145
B.2	Meio Sólido 146
APÊNDICE C – DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE TRANSPORTE	147
C.1	Vareta Combustível 147
C.2	Canal Refrigerante 151
APÊNDICE D – INTEGRAIS NECESSÁRIAS PARA AS DISCRETIZAÇÕES	157
APÊNDICE E – PRECISÃO DAS ROTINAS DO REFRIGERANTE	161
APÊNDICE F – VERIFICAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DAS ROTINAS DA IAPWS	168
F.1	IAPWS-95 168
F.2	IAPWS-IF97 172
F.2.1	Região 1 172
F.2.2	Região 2 175

APÊNDICE G – CÁLCULOS DAS VARIÁVEIS PARA VERIFICA- ÇÃO POR MEIO DE KREPPER ET AL. (2007)	178
---	-----

ANEXOS	180
--------	-----

ANEXO A – VARIÁVEIS DA FRAÇÃO DE VAZIO DE CHEXAL- LELLOUCHE	181
--	-----

1 Introdução

1.1 Importância da Energia Nuclear

Energia elétrica equivale à qualidade de vida, são inegáveis os confortos decorrentes de sua utilização, por este motivo não causa espanto constatar a desigualdade exibida entre países desenvolvidos, os quais fornecem um melhor padrão de vida, e em desenvolvimento quanto a sua acessibilidade. Além disso, há diferenças gritantes em seu uso dentro de um próprio país, onde regiões mais ricas demonstram um “consumo” muito superior ao das demais, como no Brasil em que o sudeste apresentou no ano de 2014 um “consumo” residencial de energia elétrica equivalente a 50,1 % (EPE, 2015, p. 153) do total do país.

Contudo, para suprir a demanda energética muitas vezes são empregadas fontes como petróleo, carvão e gás natural, cujas queimas emitem altas concentrações de CO₂, um dos gases que, de acordo com o conhecimento vigente, contribuem com as mudanças climáticas e, em específico, o aquecimento global.

Ademais, mesmo as fontes que geram baixa emissão de CO₂, como as usinas hidrelétricas, eólicas e solares, apresentam empecilhos concernindo a sua utilização, como a alternância entre ocasiões de alta e baixa produtividade, devido à forte dependência em relação as condições meteorológicas.

Consta também que fontes de energia renováveis como eólica e solar, apesar de apresentarem impacto ambiental reduzido, proveem pouca energia elétrica em relação as grandes extensões territoriais de ocupam, não se mostrando, portanto, atrativas economicamente como fornecedoras principais de uma matriz energética.

Temos ainda que no Brasil usinas térmicas à gás são utilizadas para compensar a sazonalidade das usinas hidrelétricas, prática que foi especialmente empregada na última grave escassez do recurso natural destas. Todavia, como aquelas não foram construídas visando o uso contínuo e sim suprir os horários intermitentes de grande demanda, acabam carecendo de demasiadas manutenções, o que acarreta no aumento do preço da energia produzida e com ele a ampliação da supracitada desigualdade em seu desfrute.

Deste modo, são as usinas nucleares que restam como fontes auspiciosas de energia elétrica, visto que elas se encontram entre as menos impactantes em termos de emissão de CO₂, não estão sujeitas a condições climáticas, fornecem energia por vários meses sem

interrupção e são economicamente viáveis, pois possuem combustível de preço acessível, contam, no Brasil, com grandes jazidas de matéria prima para “queima” (Urânio) e podem ser construídas próximas as localidades em que é feito o real “consumo”, atenuando as perdas referentes à rede de transmissão.

Logo, podemos contemplar as vantagens da energia nuclear e, o fazendo, concluir que seu emprego é propício e seu estudo oportuno.

1.2 Histórico do Projeto

Este trabalho encontra-se no âmbito de um projeto em desenvolvimento no Instituto de Engenharia Nuclear (IEN) para cálculos termo-hidráulicos em varetas combustíveis (VCs) de reatores nucleares, iniciado em Aguiar (2010), avançado em Rodrigues (2012) e cujo estado da arte encontrava-se em Affonso (2013).

No trabalho de Aguiar (2010), que baseou-se no código computacional *heat_transfer_2d_cg* de Sampaio (2007) e cujo produto final foi o programa escrito em Fortran *fuel_rod_v2*, temos uma metodologia de resolução da condução de calor em VCs por meio do método dos elementos finitos, na qual é adotado o método de Galerkin, elementos finitos triangulares e funções de interpolação lineares. Nessa metodologia a equação de transporte de energia em regime permanente é solucionada em seções transversais bidimensionais da VC, ignora-se a transferência de calor axial e considera-se que há equilíbrio entre a “geração” de energia térmica na VC e a remoção pelo refrigerante. No programa desenvolvido é possível empregar propriedades físicas dependentes da temperatura tanto para os materiais da VC quanto para o refrigerante.

Já no trabalho de Rodrigues (2012), que baseou-se no código computacional *fuel_rod_v2* de Aguiar (2010), adotando sua metodologia, e cujo produto final foi o programa *vareta_combustível*, temos os estudos dos limites termo-hidráulicos de PWRs baseados em diferentes perfis de “geração de potência” e a busca pela otimização do nível de potência nas VCs, de acordo com os limites de projeto, por meio do método de Newton-Raphson.

E finalmente, no trabalho de Affonso (2013), baseado nos trabalhos anteriores, e cujo produto final foi o programa *Fuel_Rod_3D*, temos uma nova abordagem para a resolução da condução de calor em VCs, na qual são solucionadas as equações de transporte de energia em regime transiente da VC e do canal refrigerante (CR). Essa abordagem, igualmente fundamentada no método dos elementos finitos, adota um acoplamento entre discretizações

tridimensional (3D) para a VC, pelo método de Galerkin, e unidimensional (1D) para o CR, segundo o método dos mínimos quadrados. Outras características do programa desenvolvido são a possibilidades de se trabalhar com propriedades físicas dependentes da temperatura e a apreciação da transferência de calor axial na VC.

1.3 Objetivo

O propósito deste trabalho é dar continuidade ao projeto supracitado, por meio da implementação de uma nova metodologia em seu produto mais recente, o programa *Fuel_Rod_3D* desenvolvido em Affonso (2013). A nova abordagem tem por si o objetivo de permitir que trabalhem com escoamentos bifásicos do refrigerante, possibilitando a ampliação tanto dos tipos de reatores nucleares que podem ser abordados — inicialmente apenas os de água pressurizada (PWR¹s) e agora expandido para os de água fervente (BWR²s) —, quanto da abrangência dos estudos de caso, que deixam de ser limitados pela temperatura de saturação do refrigerante.

1.4 Contribuição

O presente trabalho, ao possibilitar que escoamentos bifásicos sejam contemplados, contribui para avançar as análises de transientes, permitindo atentar ao momento em que os limites de segurança de PWRs e BWRs, como o fluxo crítico de calor (CHF³) decorrente da exaustão da ebulição nucleada (DNB⁴) ou do secamento (*Dryout*), ou temperaturas superiores as críticas dos materiais da vareta combustível, são alcançados.

Além disso, são fornecidas novas possibilidades de fontes para as propriedades do refrigerante, provenientes da Associação Internacional para Propriedades de Água e Vapor (IAPWS⁵), acrescentadas novas correlações para os regimes de transferência de calor e o cálculo do CHF, implementada as denominadas “iterações internas” para o acoplamento entre as modelagens aplicadas ao problema estudado e apresentadas novas análises.

Não menos importante, indicamos também que ele herda as características propícias dos trabalhos que o antecederam, como a modelagem tridimensional da vareta combustível e

¹Pressurized Water Reactor

²Boiling Water Reactor

³Critical Heat Flux

⁴Departure from Nucleate Boiling

⁵International Association for the Properties of Water and Steam

a possibilidade de se trabalhar com propriedades térmicas dependentes da temperatura, ou seja, não apresenta retrocesso.

1.5 Organização do Trabalho

A organização do trabalho é efetuada por meio de seis capítulos. No capítulo de introdução, [primeiro capítulo](#), realiza-se uma breve contextualização da importância da energia nuclear, assim como são delineados o objetivo e a contribuição do trabalho.

No [segundo capítulo](#), intitulado de modelagem física, são apresentados os detalhes das equações que regem o nosso problema, além de serem modeladas a [VC](#) e o [CR](#), e discutidas as correlações para as propriedades físicas e termo-dinâmicas empregadas no trabalho.

Na modelagem computacional, [terceiro capítulo](#), são executadas a adimensionalização e a discretização das equações de transporte encontradas no segundo capítulo. Indica-se ainda nesse espaço o modo em que o passo de tempo é calculado.

No [quarto capítulo](#), designado de o código computacional, são expressas as características principais de como o programa desenvolvido opera. Nesse mesmo capítulo é exposta a verificação do código, feita através de testes de convergência, considerando condições iniciais diferentes, para o estado estacionário de um [BWR](#); comparações com o resultado analítico para o mesmo estado, com resultados fornecidos pelo programa de [Affonso \(2013\)](#) e com o trabalho de [Krepper et al. \(2007\)](#); e análises, considerando um [PWR](#), entre o emprego de duas correlações para a transferência de calor no regime de ebulição em escoamento e duas fontes para as propriedades físicas do refrigerante.

No [quinto capítulo](#) estão presentes estudos de caso envolvendo um [PWR](#), os quais se resumem ao estado estacionário e à simulações da evolução temporal das distribuições de temperatura na sua [VC](#) com a maior “geração de calor” e de entalpia no [CR](#) intrínseco a essa. Tais simulações restringem-se a um desligamento no qual ocorre a perda do sistema de remoção de calor residual.

Finalmente, no [último capítulo](#) são aduzidas as observações finais, traçadas as conclusões e oferecidas sugestões para trabalhos futuros.

2 Modelagem Física

Este trabalho baseia-se na união de modelagens tridimensional para uma VC e unidimensional para o seu CR. Nesse sentido, o presente capítulo dedica-se a expor não somente as modelagens físicas dessa VC e do CR que lhe é competente, como ainda as correlações termo-hidráulicas necessárias para os acoplamento das mesmas e para os estudos de caso elaborados, os quais são abordados no Capítulo 5.

2.1 Conservação de Energia

A condução de calor transiente na VC é representada através da formulação variacional apresentada a seguir (ver também o Apêndice A, seção A.1):

$$\int_{V_{vc}} \varphi \rho_{\kappa} C_{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} dV_{vc} + \int_{V_{vc}} k_{\kappa} \vec{\nabla} T \cdot \vec{\nabla} \varphi dV_{vc} = \int_{V_{vc}} \varphi q_{\kappa}''' dV_{vc} - \int_{A_w} \varphi q'' dA_w \quad (2.1)$$

Já para o CR foi empregada a equação (2.2), que consiste na forma diferencial da convecção transiente de calor com fonte proveniente da VC desenvolvida no Apêndice A, seção A.2.

$$\rho A_{cn} \frac{\partial h}{\partial t} + \dot{m} \frac{\partial h}{\partial z} = \int_{P_w} q'' dP_w \quad (2.2)$$

Contudo, apesar de adequadas, as equações (2.1) e (2.2) não são suficientes para solucionar as distribuições de temperatura na VC e de entalpia no CR. Faz-se necessária uma equação para estabelecer o comportamento do fluxo de calor em comum.

Em Affonso (2013), por suas análises se concentrarem na condição sub-resfriada do refrigerante, foi possível descrever a equação de energia no CR exclusivamente em termos da temperatura, circunstância que permitiu a relação direta de tal grandeza entre a superfície lateral externa da VC e o refrigerante por meio da lei de resfriamento de Newton e da correlação de Dittus-Boelter/McAdams⁶, favorecendo, assim, a resolução do problema

⁶tanto a lei de resfriamento de Newton quanto a correlação de Dittus-Boelter/McAdams são igualmente empregadas neste trabalho para a análise da transferência de calor no regime de convecção forçada monofásica da fase líquida, sendo descritas na subseção 2.4.1.1

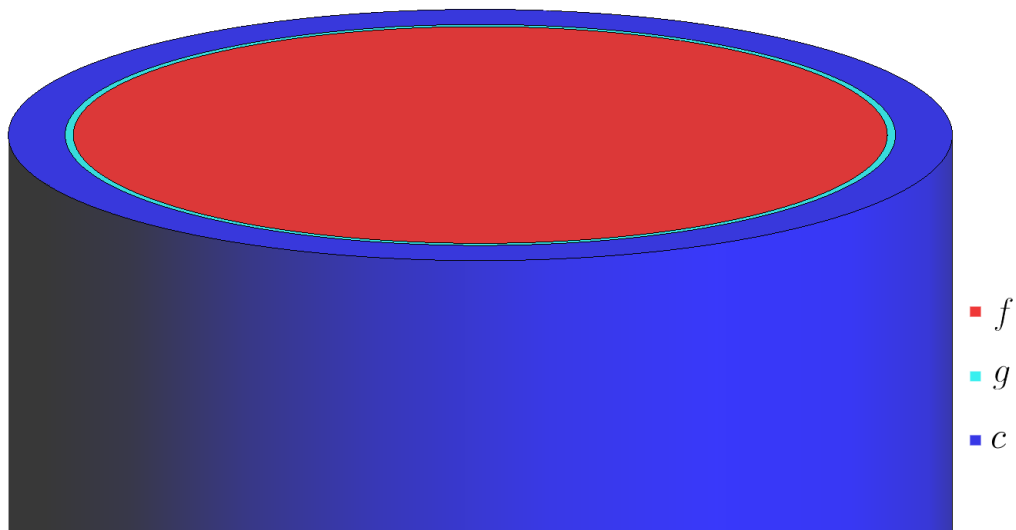
de transferência de calor entre ambos de forma totalmente acoplada.

Neste trabalho, porém, como intenciona-se apreciar escoamentos bifásicos no CR, foi preciso adotar a entalpia como variável dependente para descrever a equação de transporte de energia no mesmo. Desse modo, mostrou-se necessário o emprego de um procedimento iterativo para ajustar o fluxo de calor recebido pelo CR àquele proveniente da superfície lateral externa da VC. Trata-se de um procedimento de cálculo que, embora não totalmente acoplado, permite utilizar a correlação experimental mais adequada, segundo o regime de transferência de calor contemplado no instante analisado, para descrever o fluxo de calor. As correlações utilizadas para descreve-lo, bem como o procedimento iterativo empregado, são descritos nas subseções 2.4.1 e 4.1.2, respectivamente.

2.2 Vareta Combustível

Primeiramente, devemos acentuar que a geometria tridimensional aplicada a nossa VC foi desenvolvida mediante o software GiD[®] (MELENDO et al., 2016), um pré-processador para análises computacionais de uso geral da CIMNE[®]. A Figura 1 é oferecida como exemplo de geometria gerada mediante ele.

Figura 1 – Recorte de uma geometria gerada por intermédio do software GiD[®]



Fonte: Produzido pelo autor.

Do mesmo modo que exposto na representação fornecida pela Figura 1, são três os principais componentes que constituem uma VC: combustível (f), gap (g) e revestimento (c). Sendo assim, a equação de condução de calor transiente (2.1) deve ser resolvida para

cada um deles, condição que originou a [Tabela 1](#), na qual são sucintamente definidas suas propriedades.

Tabela 1 – Tabela de designação das propriedades dos componentes da VC

κ	Densidade (kg m^{-3})	Calor específico ($\text{J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)	Condutividade térmica ($\text{W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)	Densidade volumétrica de potência (W m^{-3})
Combustível (f)	$\rho_f = 10963,0$	$Cp_f(T)$	$k_f(T)$	$q_f'''(z)$
Gap (g)	$\rho_g = 0,1785$	$Cv_g(T)$	$k_g(T)$	$q_g''' = 0$
Revestimento (c)	$\rho_c = 6440,0$	$Cp_c(T)$	$k_c(T)$	$q_c''' = 0$

Fonte: Produzido pelo autor.

Como implicitamente revelado pela [Tabela 1](#), dentre as aproximações físicas para a modelagem da [VC](#), assumimos que nenhum de seus componentes sofre expansão térmica, o que torna seus volumes, e consequentemente suas densidades, constantes. Consideramos ainda que toda a energia térmica nela “gerada” é obtida no combustível, fazendo, portanto, com que a densidade volumétrica de potência (q''') seja nula para os demais componentes.

Além dos valores adotados para as densidades na [VC](#), nota-se também na [Tabela 1](#) que suas demais propriedades físicas são dependentes da temperatura e a densidade volumétrica de potência no combustível está subordinada à sua altura. Maiores detalhes sobre a potência dos reatores nucleares são fornecidos na [subseção 2.2.2](#). Já as correlações empregadas na obtenção das propriedades físicas encontram-se na [subseção 2.2.3](#).

2.2.1 Deformidades

Neste trabalho, objetivamos contemplar o comportamento da condução de calor em [VCs](#) que apresentam deformidades. Com isso em mente, examinamos dois tipos de deformações de verossímil ocorrência: curvatura e inchaço abalado (*ballooning*), as quais aproximaremos a partir de arcos de circunferências.

Inicialmente modelaremos ambas as deformidades de forma genérica para, em sequência, adentrarmos em suas especificidades. Sendo assim, adotando valores arbitrários para altura inicial (z_{ic}), altura final (z_{fn}) e deformação central máxima — que ocorre na metade do intervalo fornecido — (δ_{+max}), podemos formular três pontos e chegar ao seguinte sistema:

$$\begin{cases} (x_a - l)^2 + (z_{ic} - m)^2 = r^2 \\ (x_a + \delta_{+max} - l)^2 + \left(\frac{z_{fn} + z_{ic}}{2} - m\right)^2 = r^2 \\ (x_a - l)^2 + (z_{fn} - m)^2 = r^2 \end{cases}$$

que resolvido, considerando uma deformação positiva, nos proporciona a equação geral para as deformidades da VC, $\delta (x - x_a)$:

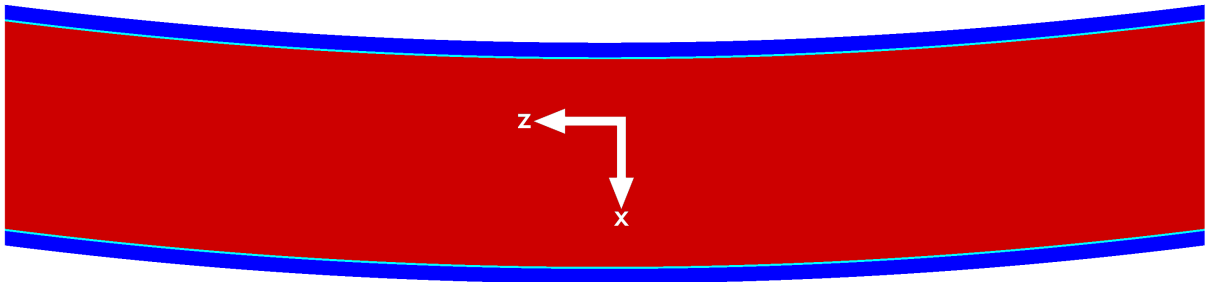
$$\delta = \left\{ \left[\frac{(z_{fn} + z_{ic})^2 - 4(\delta_{+max}^2 + z_{fn}z_{ic})}{8\delta_{+max}} \right]^2 - z^2 + z(z_{fn} + z_{ic}) - z_{fn}z_{ic} \right\}^{1/2} - \frac{(z_{fn} + z_{ic})^2 - 4(\delta_{+max}^2 + z_{fn}z_{ic})}{8\delta_{+max}} \quad (2.3)$$

2.2.1.1 Vareta Curvada

Visando analisar as consequências de um possível desvio no processo de fabricação de uma VC, serão investigados no presente trabalho os efeitos de uma curvatura arbitrária na condução de calor da mesma.

Assumindo uma curvatura na direção x sobre toda a VC, representada pelo corte longitudinal⁷ mostrado na Figura 2, podemos obter uma forma simplificada da equação (2.3), dada por δ_{cur} .

Figura 2 – Vareta combustível curvada (corte longitudinal)



Fonte: Produzido pelo autor.

Nota: Vareta reduzida, altura igual a cinco vezes o diâmetro (1:77).

$$\delta_{cur} = \left[\left(\frac{a_{vc}^2 - 4\delta_{+max}^2}{8\delta_{+max}} \right)^2 - z^2 + za_{vc} \right]^{1/2} - \frac{a_{vc}^2 - 4\delta_{+max}^2}{8\delta_{+max}}$$

⁷denominamos de corte longitudinal aquele que atravessa o centro da vareta combustível na direção axial

Mediante δ_{cur} é factível chegar aos novos valores para coordenada x :

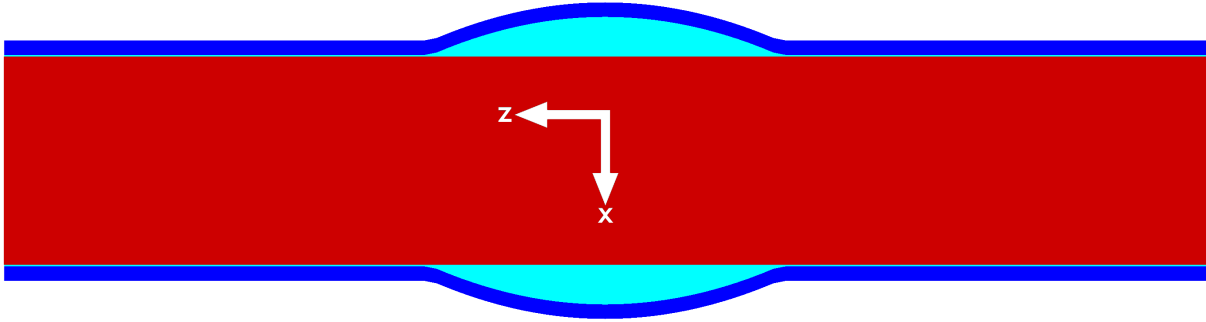
$$x = x_a + \delta_{cur}$$

2.2.1.2 Vareta com *Ballooning*

Em razão dos resultados obtidos por uma série de testes (IFA-650) realizados por meio do reator Halden na Noruega — operado pelo Instituto para Tecnologia Energética (IFE⁸) —, como a ocorrência de *ballooning* e de ruptura do revestimento em níveis de temperatura menores do que os anteriormente averiguados (MANNGÅRD; STENGÅRD, 2014), “o problema de *ballooning* no revestimento, assim como o da fragmentação e relocação do combustível, voltaram a ser de interesse da comunidade nuclear”⁹(GOVERS et al., 2014, p. 11, tradução nossa). Deste modo, decidimos abordar neste trabalho os efeitos da incidência de *balloonings* em VCs.

Adotando uma deformação convexa para o raio da VC dada pela equação (2.3), podemos modelar o *ballooning*, Figura 3, a partir do sistema (2.4).

Figura 3 – Vareta combustível com *ballooning* (corte longitudinal)



Fonte: Produzido pelo autor.

Nota: Vareta reduzida, altura igual a cinco vezes o diâmetro (1:77).

$$\begin{cases} x_a^2 + y_a^2 = r_a^2 \\ x^2 + y^2 = (r_a + \delta)^2 \\ x_a y - y_a x = 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

⁸Institute for Energy Technology

⁹the issue of clad ballooning, as well as that of fuel fragmentation and relocation, have regained attention of the nuclear community

cujas resoluções nos fornece os novos valores para as coordenadas x e y :

$$x = \begin{cases} -\frac{(x_a^2 + y_a^2)^{1/2} + \delta}{\left[1 + \left(\frac{y_a}{x_a}\right)^2\right]^{1/2}}, & \text{para } x_a < 0 \\ 0, & \text{para } x_a = 0 \\ \frac{(x_a^2 + y_a^2)^{1/2} + \delta}{\left[1 + \left(\frac{y_a}{x_a}\right)^2\right]^{1/2}}, & \text{para } x_a > 0 \end{cases} \quad y = \begin{cases} \frac{xy_a}{x_a}, & \text{para } x \neq 0 \\ y_a - \delta, & \text{para } x = 0 \text{ e } y < 0 \\ y_a + \delta, & \text{para } x = 0 \text{ e } y > 0 \end{cases}$$

2.2.2 Potência

Nesta seção discutiremos sobre a potência dos reatores nucleares em duas circunstâncias: na operação usual e no desligamento. Onde a mesma será aludida por meio de suas densidades linear (q') e volumétrica (q'''), e das potências do núcleo (\dot{Q}) e de decaimento (P).

No que concerne à potência na operação usual dos reatores, a [equação \(2.5\)](#) foi herdada do trabalho de ([AGUIAR, 2010](#)) para o cálculo de sua densidade volumétrica, pois o perfil da “geração” de calor fornecido por ela “é uma boa aproximação para uma vareta composta de pastilhas combustíveis de mesmo nível de enriquecimento durante a operação inicial e sem inserção de barras de controle”([AGUIAR, 2010](#), p. 15).

$$q_f'''(z) = q_{max}''' \cos\left(\frac{\pi z}{H_e}\right) \quad (2.5)$$

Contudo, como H_e deriva do comprimento de extrapolação, e:

“O valor a ser adicionado [...] ao comprimento tem ordem de grandeza do inverso da seção de choque macroscópica de transporte, enquanto [...] o comprimento ativo da vareta é da ordem de metros. Logo, os valores de [...] comprimento extrapolado não são utilizados neste problema. Considera-se que não há introdução de erros significativos”([AGUIAR, 2010](#), p. 14).

Ademais, as [VCs](#) dos reatores empregados neste trabalho foram caracterizadas por meio de suas densidades lineares de potência (q'). Sendo assim, a [equação \(2.5\)](#) foi adaptada, tornando-se:

$$q_f'''(z) = \frac{q'_{max0}}{\pi r_f^2} \cos\left(\frac{\pi z}{a_{vc}}\right)$$

Quanto a potência no desligamento de um LWR, como nele a influência da fissão por nêutrons prontos diminui rapidamente, as duas principais fontes de potência neste estágio são a fissão por neutros atrasados (q''_{na}) e o decaimento dos produtos de fissão (q''_{pf}).

Assim como em Affonso (2013), assumiremos a equação obtida por Todreas e Kazimi (1990, p. 65) para a potência devido à fissão por neutros atrasados no tempo após o desligamento t_s :

$$\dot{Q} = \dot{Q}_0 [0,0625 \exp(0,0124t_s) + 0,9375 \exp(960t_s)]$$

Já a potência devido ao decaimento dos produtos de fissão é obtida, neste trabalho, através da aproximação feita por Todreas e Kazimi (2011, p. 138) do gráfico do modelo de 2005 da American Nuclear Society (ANS) para fração de potência de decaimento de um PWR operado por tempo infinito, cujo o enriquecido do combustível é de 4,2 %:

$$\frac{P(t_s)}{P_0} = \begin{cases} -6,14575 \cdot 10^{-3} \ln t_s + 0,060157, & \text{para } 1,5 \leq t_s \leq 400 \text{ s} \\ 1,40680 \cdot 10^{-1} t_s^{-0,286}, & \text{para } 400 < t_s \leq 4 \cdot 10^5 \text{ s} \\ 8,70300 \cdot 10^{-1} t_s^{-0,4255}, & \text{para } 4 \cdot 10^5 < t_s \leq 4 \cdot 10^6 \text{ s} \\ 1,28420 \cdot 10^1 t_s^{-0,6014}, & \text{para } 4 \cdot 10^6 < t_s \leq 4 \cdot 10^7 \text{ s} \\ 4,03830 \cdot 10^4 t_s^{-1,0675}, & \text{para } 4 \cdot 10^7 < t_s \leq 4 \cdot 10^8 \text{ s} \\ 3,91130 \cdot 10^{-5} \exp(-7,3541 \cdot 10^{-10} t_s), & \text{para } 4 \cdot 10^8 < t_s \leq 4 \cdot 10^{10} \text{ s} \end{cases}$$

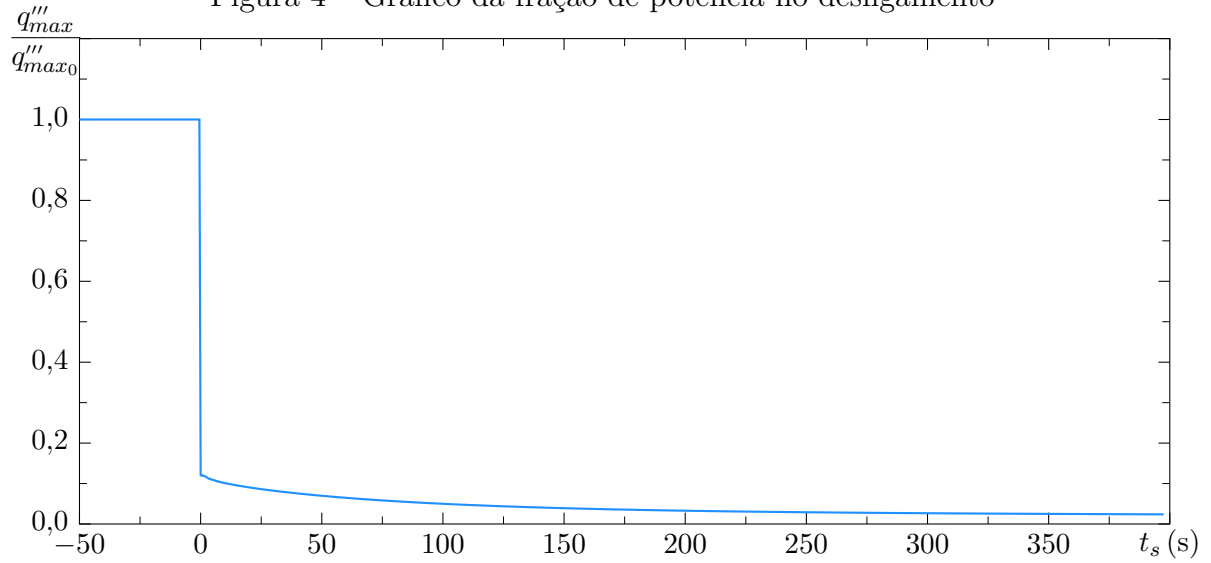
A potência para o intervalo de tempo $0 \leq t_s < 1,5 \text{ s}$ foi considerada como sendo igual a potência no instante 1,5 s, ou seja:

$$\frac{P(t_s)}{P_0} = 5,76651 \cdot 10^{-2} \quad \text{para } 0 \leq t_s < 1,5 \text{ s}$$

Como podemos observar na Figura 4, que se refere ao gráfico da razão de potência (máxima) dos reatores no desligamento, uma brusco declínio ocorre no momento em que o reator é desligado. Após essa queda, a potência diminui gradativamente, até alcançar uma virtual estabilidade.

Na Figura 5, que distingue as potências (máximas) devido aos neutros atrasados e ao

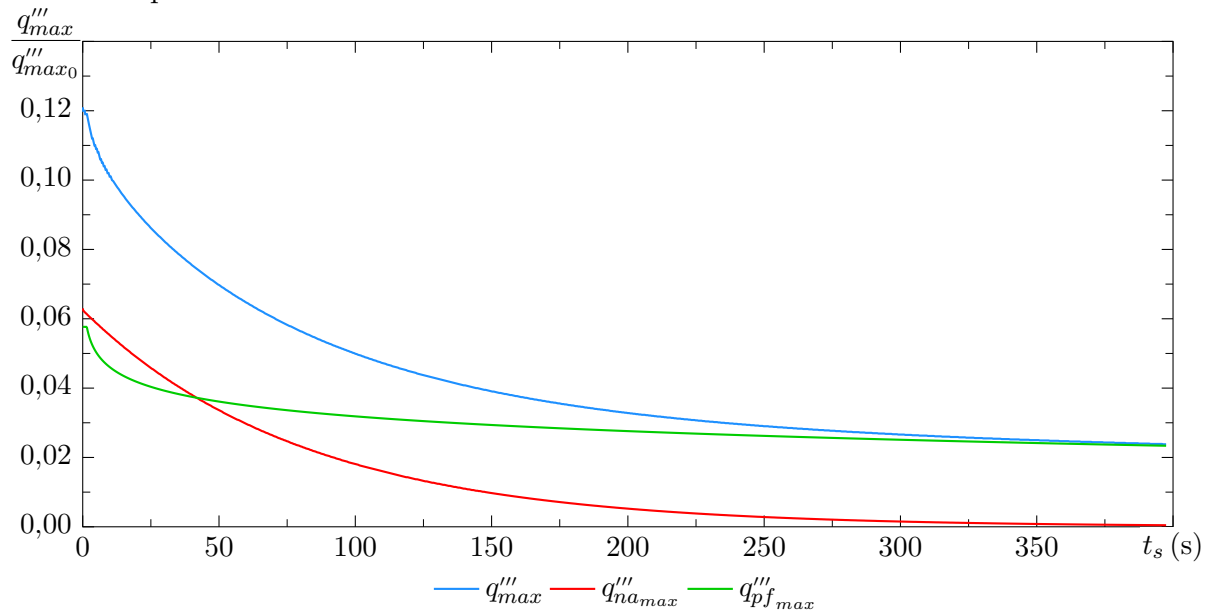
Figura 4 – Gráfico da fração de potência no desligamento



Fonte: Produzido pelo autor a partir dos trabalhos de [Affonso \(2013\)](#), [Aguiar \(2010\)](#), [Todreas e Kazimi \(1990\)](#) e [Todreas e Kazimi \(2011\)](#).

decaimento dos produtos de fissão, observamos como, inicialmente, ambas fontes exercem semelhante influência sobre a potência total do reator no desligamento, com $q'''_{na_{max}}$ sendo levemente superior. Contudo, com o decorrer do tempo, $q'''_{na_{max}}$ perde a primazia e diminui, até tornar-se negligenciável.

Figura 5 – Gráfico da fração de potência no desligamento devido à neutros atrasados e produtos de fissão



Fonte: Produzido pelo autor a partir dos trabalhos de [Affonso \(2013\)](#), [Aguiar \(2010\)](#), [Todreas e Kazimi \(1990\)](#) e [Todreas e Kazimi \(2011\)](#).

2.2.3 Propriedades Físicas dos Materiais da Vareta Combustível

Como referido anteriormente, são três os componentes mais notáveis de uma VC: combustível, gap e revestimento. Cada um deles é constituído, ou ocupado, por um tipo de material. O combustível típico de um LWR é o dióxido de urânio (UO_2). O gap, que seria um espaço vazio entre o combustível e o revestimento, é preenchido com gás hélio pressurizado a $3,0 \cdot 10^5$ Pa em BWRs e de $2,0 \cdot 10^6$ Pa a $2,5 \cdot 10^6$ Pa em PWRs¹⁰ (CACUCI, 2010, p. 1526). Já o revestimento é formado por uma liga de zircônio, como são várias aquelas que podem ser aplicadas nas VCs de LWRs, e visto que o tipo empregado depende do fabricante do reator, adotamos, neste trabalho, a Zircaloy-4 por ser uma das mais representativas e documentadas.

Como correlações para as propriedades desses materiais, assumimos as recomendados em IAEA (2006) para o calor específico isobárico do UO_2 (IAEA, 2006, p. 25) e para as condutividades térmicas do UO_2 (IAEA, 2006, p. 89) e do Zircaloy-4 (IAEA, 2006, p. 249). Para o calor específico isobárico do Zircaloy-4, adotamos a de (ZIMMERER, 1978 apud CACUCI, 2010, p. 1542). E por último, no que se refere ao gás hélio, tomamos aquelas indicadas em IAEA (1997) para o calor específico isocórico (IAEA, 1997, p. 172) e a condutividade térmica (IAEA, 1997, p. 173).

2.3 Canal Refrigerante

A equação (2.2), adotada para a convecção transiente de calor em nosso CR, reflete as simplificações empregadas em sua modelagem física, como o uso de uma mistura homogênea para representar o escoamento bifásico (líquido-vapor) de componente único (água leve). Não apenas isso, essa equação também é testemunho de que desconsideramos todas as formas de energia térmica que podem ser obtidas através de reações dentro do CR, desprezamos o trabalho consequente da pressão, rejeitamos a energia térmica decorrente da dissipação viscosa, negligenciamos as trocas de massa e a calor entre canais, ignoramos a condução de calor axial no fluido refrigerante e consideramos a área da seção transversal do CR (A_{cn}) como constante.

Como uma última modificação para equação do CR, pretendendo simplificar a

¹⁰neste trabalho adotamos $2,25 \cdot 10^6$ Pa

simbologia usada, fizemos:

$$q''_{P_w} = \int_{P_w} q'' dP_w \quad (2.6)$$

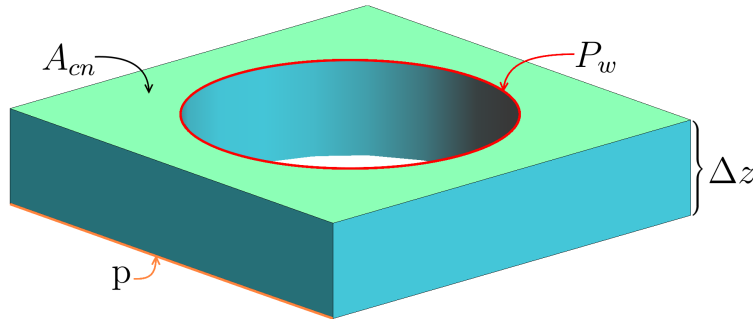
transformando a equação (2.2) em:

$$\rho A_{cn} \frac{\partial h}{\partial t} + \dot{m} \frac{\partial h}{\partial z} = q''_{P_w} \quad (2.7)$$

O comportamento estabelecido para a vazão no CR (\dot{m}) será apresentado na subseção 2.3.1 e as formas nas quais podem ser obtidas as propriedades físicas do refrigerante serão discutidas na subseção 2.3.2. Para o cálculo da área do canal, utilizamos a equação 2.8 e o simbólico CR cuja seção transversal é apresentada na Figura 6.

$$A_{cn} = p^2 - \frac{P_w^2}{4\pi} \quad (2.8)$$

Figura 6 – Canal refrigerante



Fonte: Produzido pelo autor.

Maiores detalhes sobre a modelagem física do CR, assim como as equações referentes a ele, encontram-se nos Apêndices A e B.

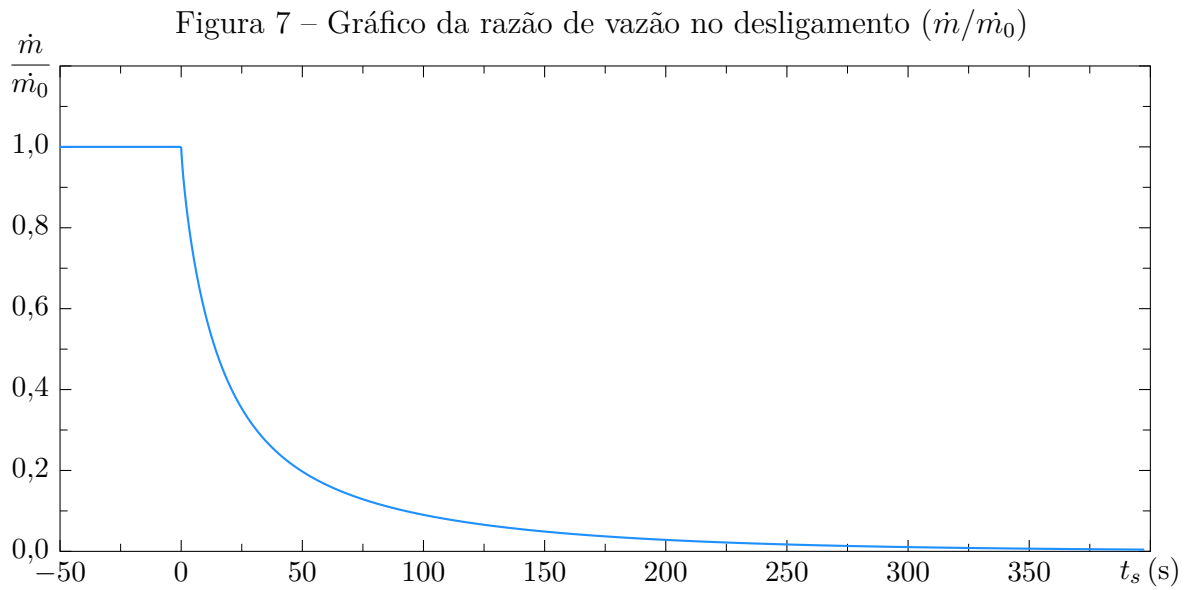
2.3.1 Vazão

A vazão do refrigerante é considerada constante no estado estacionários e nos transientes que o precedem. Já no desligamento, seu comportamento é obtido por meio da equação (2.9), que se refere ao ajuste apresentado em Affonso (2013) para os dados de Bordelon (1972 apud AFFONSO, 2013, p. 72) relativos a uma bomba característica de um

PWR da Westinghouse.

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_0} = \frac{1}{2} \exp \left[-4 \left(\frac{t_s}{100^{0,91}} \right)^{0,85} \right] + \frac{1}{2} \exp(-0,06 t_s^{0,73}) \quad (2.9)$$

A [Figura 7](#) exibe o modo de proceder da razão de vazão (\dot{m}/\dot{m}_0) decorrente da [equação \(2.9\)](#). Nela, observamos como a vazão sofre uma proeminente diminuição, sem, contudo, tornar-se nula abruptamente, comportamento que é atribuído à inércia da bomba.



Fonte: Produzido pelo autor a partir dos trabalhos de [Affonso \(2013\)](#) e [Bordelon \(1972\)](#).

2.3.2 Propriedades Físicas do Refrigerante

O cálculo da densidade da mistura homogênea adotada para representar o fluxo bifásico é feita por meio da [equação \(2.10\)](#):

$$\rho_m = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_f \quad (2.10)$$

Já para as propriedades físicas do líquido e do vapor, duas fontes de correlações podem ser empregadas no programa desenvolvido: as rotinas do código [NBSNRCE \(MOREIRA; BOTELHO, 1992\)](#) e as correlações da [IAPWS \(COOPER; DOOLEY, 2007; COOPER; DOOLEY, 2008; DAUCIK; DOOLEY, 2011a; PETROVA; DOOLEY, 2014a\)](#).

Elogiada pela [IAEA](#) por ser “extremamente precisa” e por sua “extraordinária

qualidade” (IAEA, 2006, p.345), a formulação de 1995 da IAPWS para uso geral e científico (IAPWS-95¹¹) (PETROVA; DOOLEY, 2014b) foi implementada, entretanto ela não foi posta em uso nos estudos de caso devido ao seu alto custo computacional, sendo preterida em favor da Formulação Industrial 1997 (IAPWS-IF97¹²), correlação cuja a introdução como padrão para a área de energia da engenharia nuclear é recomendada com veemência em IAEA (2006, p.346).

Não obstante, a IAPWS-95 foi utilizada para analisar a precisão das rotinas do código NBSNRCE e das correlações da IAPWS-IF97, cujos resultados encontra-se no Apêndice E. A verificação da implementação das correlações da IAPWS-95 e da IAPWS-IF97 é feita no Apêndice F.

2.4 Correlações Termo-hidráulicas

Até a presente seção foram apresentadas as equações referentes à VC e ao CR imprescindíveis para o desenvolvimento de nosso problema. Contudo, faz-se necessária a acoplagem dessas equações, cuja efetuação é obtida por meio de modelos correlacionais para o fluxo de calor e demonstrada no capítulo intitulado o código computacional (4).

Diante disso, nesta seção serão descritos os modelos empregados para a representação do fluxo de calor, além das correlações termo-hidráulicas para, título de vapor em escoamento, fração de vazio, e CHF exigidas para diferentes finalidades no decorrer do trabalho, como o cálculo da densidade da mistura homogênea no CR.

2.4.1 Transferência de Calor

Dependendo das temperaturas envolvidas, assim como do fluxo de calor, distintos regimes de transferência de calor podem ocorrer. Entre eles, os mais importantes para nossos estudos são: regime de transferência de calor por convecção forçada monofásica e regime de ebulição em escoamento. Temos ainda que, de acordo com a temperatura da massa de líquido (bulk — T_∞) e do fluxo de calor presente, o regime de ebulição em escoamento pode inclusive ser subdividido entre ebulição sub-resfriada parcial (PSB¹³),

¹¹The IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use

¹²IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam

¹³Partial Subcooled Boiling

ebulição sub-resfriada totalmente desenvolvida ([FDB¹⁴](#)) e ebulição nucleada saturada ([SNB¹⁵](#)).

2.4.1.1 Convecção Forçada Monofásica (líquido)

No regime de transferência de calor por convecção forçada monofásica da fase líquida, o fluxo do mesmo é obtido por meio da lei de resfriamento de Newton¹⁶:

$$q'' = h_c (T_w - T_\infty) \quad (2.11a)$$

Consideramos que o regime de escoamento manifestado nos reatores estudados se equivale sempre ao turbulento totalmente desenvolvido. A correlação mais amplamente utilizada para a transferência de calor por convecção forçada nesse regime é a de Dittus–Boelter/McAdams ([DITTUS](#); [BOELTER](#); [MCADAMS](#), 1930, 1942 apud [TODREAS](#); [KAZIMI](#), 2011, p. 567):

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4}$$

Sabendo que os números de Nusselt (Nu), Reynolds (Re) e Prandtl (Pr) são dados por:

$$Nu = \frac{h_c D_h}{k}, \quad Re = \frac{\dot{m} D_h}{A_{cn} \mu} \quad \text{e} \quad Pr = \frac{C_p \mu}{k}$$

chegamos ao subsequente coeficiente de transferência de calor por convecção forçada na fase líquida (h_c):

$$h_c = 0,023 \frac{k_l}{D_h} \left(\frac{\dot{m} D_h}{A_{cn} \mu_l} \right)^{0,8} \left(\frac{C_{p_l} \mu_l}{k_l} \right)^{0,4} \quad (2.11b)$$

2.4.1.2 Ebulição em Escoamento

Neste código, duas correlações podem ser adotadas para o cálculo do fluxo de calor no regime de ebulição em escoamento: a de Chen ([CHEN](#), 1966 apud [TODREAS](#); [KAZIMI](#),

¹⁴Fully Developed Subcooled Boiling

¹⁵Saturated Nucleate Boiling

¹⁶em sua versão de transferência de calor

2011, p. 752-755) e a de Steiner e Taborek (STEINER; TABOREK, 1992 apud COLLIER; THOME, 1994, p. 269-279).

A correlação de Chen, que apesar de antiga, está entre as “correlações mais bem sucedidas e amplamente utilizadas”¹⁷ (GHIAASIAAN, 2007, p. 350, tradução nossa), é dada por:

$$q'' = h_{c2} (T_w - T_\infty) + h_{NB} (T_w - T_{sat}) \quad (2.12a)$$

em que h_{c2} , responsável pelo fenômeno convectivo, é calculado por meio de uma correlação similar à de Dittus-Boelter:

$$h_{c2} = 0,023 \frac{k_f}{D_h} \left[\frac{\dot{m} (1-x) D_h}{A_{cn} \mu_f} \right]^{0,8} \left(\frac{C p_f \mu_f}{k_f} \right)^{0,4} F \quad (2.12b)$$

na qual o aperfeiçoamento na transferência de calor devido à turbulência do escoamento, gerada pelo vapor, é incumbido ao fator F , dado por:

$$F = \begin{cases} 1,0, & \text{para } \frac{1}{X_{tt}} < 0,1 \\ 2,35 \left(0,213 + \frac{1}{X_{tt}} \right)^{0,736}, & \text{para } \frac{1}{X_{tt}} > 0,1 \end{cases} \quad (2.12c)$$

onde X_{tt} é o parâmetro de Martinelli:

$$X_{tt} = \left(\frac{x-1}{x} \right)^{0,9} \left(\frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^{0,5} \left(\frac{\mu_f}{\mu_g} \right)^{0,1}$$

Finalmente, h_{NB} é o componente responsável pela ebulição nucleada, sendo obtido a partir de uma versão modificada da correlação de Forster e Zuber para ebulição em piscina:

$$h_{NB} = 0,00122 \left[\frac{k_f^{0,79} C p_f^{0,45} \rho_f^{0,49}}{\sigma^{0,5} \mu_f^{0,29} (h_g - h_f)^{0,24} \rho_g^{0,24}} \right] (T_w - T_{sat})^{0,24} [p(T_w) - p(T_{sat})]^{0,75} S \quad (2.12d)$$

¹⁷“most successful and widely used correlations”

em que S é o fator de supressão de bolhas adotado por Chen e dado por:

$$S = \frac{1}{1 + 2,53 \cdot 10^{-6} \left[\frac{\dot{m} (1-x) D_h}{A_{cn} \mu_l} F^{1,25} \right]^{1,17}} \quad (2.12e)$$

Nas equações (2.12b) e (2.12e) da correlação de Chen, para os regimes de PSB e FDB, o fator F usado não é calculado por (2.12c), e sim considerado como sendo igual a 1, já o título em escoamento é definido como igual a zero.

Já a correlação de Steiner e Taborek, que “está entre as mais precisas para ebulição nucleada em tubos verticais”¹⁸ (GHIAASIAAN, 2007, p. 353, tradução nossa), é dada por:

$$q'' = h_{TP} (T_w - T_{sat}) \quad (2.13a)$$

em que h_{TP} é o coeficiente de transferência de calor bifásico:

$$h_{TP} = \left[(h_{NPB, \alpha} F_{NPB})^3 + (h_{cl} F_{TP})^3 \right]^{1/3}$$

onde h_{cl} é o coeficiente de transferência de calor por convecção forçada para a fase líquida calculado por meio da correlação de Gnielinski (GNIELINSKI, 1976 apud COLLIER; THOME, 1994, p. 275):

$$h_{cl} = \frac{k_l (f/8) (Re_l - 1000) Pr_l}{D_h \left[1 + 12 (f/8)^{1/2} (Pr_l^{2/3} - 1) \right]}$$

na qual f é o fator de atrito de Fanning, dado por:

$$f = [0,7904 \ln(Re) - 1,64]^{-2}$$

F_{TP} é o multiplicador bifásico, obtido através de:

¹⁸“is among the most accurate for nucleate boiling in vertical tubes”

$$F_{TP} = \begin{cases} \left[(1-x)^{1,5} + 1,9x^{0,6} \left(\frac{\rho_f}{\rho_g} \right)^{0,35} \right]^{1,1}, & \text{para } q'' > q''_{ONB} \\ \left\{ \left[(1-x)^{1,5} + 1,9x^{0,6} (1-x)^{0,01} \left(\frac{\rho_f}{\rho_g} \right)^{0,35} \right]^{-2,2} + \right. \\ \left. \left\{ \left(\frac{h_{c_g}}{h_{c_l}} \right) x^{0,01} [1 + 8(1-x)^{0,7}] \left(\frac{\rho_f}{\rho_g} \right)^{0,67} \right\}^{-2} \right\}^{-0,5}, & \text{para } q'' < q''_{ONB} \end{cases},$$

em que q''_{ONB} é o fluxo de calor mínimo necessário para nucleação, que nessa correlação é calculado por:

$$q''_{ONB} = \frac{2\sigma T_{sat} h_{c_f}}{r_{cr} \rho_g (h_g - h_f)}$$

e h_{c_g} é o coeficiente de transferência de calor por convecção forçada para a fase gasosa, também calculado através da correlação de Gnielinski:

$$h_{c_g} = \frac{k_g (f/8) (Re_g - 1000) Pr_g}{D_h [1 + 12 (f/8)^{1/2} (Pr_g^{2/3} - 1)]}$$

F_{NpB} é o fator de correção para ebulição nucleada de Steiner e Taborek:

$$F_{NpB} = F_{PF} \left(\frac{q''}{q''_\alpha} \right)^n \left(\frac{D_h}{D_\alpha} \right)^{-0,4} \left(\frac{R_p}{R_{p_\alpha}} \right)^{0,133} F_M$$

onde o expoente n é dado por:

$$n = 0,8 - 0,1 \exp(1,75 p_r)$$

F_{PF} é o fator de correção de pressão:

$$F_{PF} = 2,816 p_r^{0,45} + \left(3,4 + \frac{1,7}{1 - p_r^7} \right) p_r^{3,7}$$

e p_r é a pressão reduzida:

$$p_r = \frac{p}{p_{cr}}$$

Os demais parâmetros necessários para a correlação de Steiner e Taborek estão presentes na [Tabela 2](#).

Tabela 2 – Tabela de parâmetros da correlação de Steiner e Taborek

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$h_{NPB,\alpha} (\text{W m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	$25,58 \cdot 10^3$	$R_p (\text{m})$	$1,0 \cdot 10^{-6}$
$q''_{\alpha} (\text{W m}^{-2})$	$0,15 \cdot 10^6$	$p_{cr} (\text{Pa})$	$22,06 \cdot 10^6$
$D_{\alpha} (\text{m})$	0,01	$r_{cr} (\text{m})$	$0,3 \cdot 10^{-6}$
$R_{p_{\alpha}} (\text{m})$	$1,0 \cdot 10^{-6}$	F_M	0,72

Fonte: [Collier e Thome \(1994, p. 278-279\)](#)

2.4.1.3 Pontos de Transição Entre Regimes de Transferência de Calor

Por se encontrar na fase inicial da ebulição em escoamento, o regime de [PSB](#) é caracterizado por uma baixa formação de bolhas de vapor e uma grande influência da transferência de calor por convecção. Além disso, é importante destacar que para ele se encetar, ou seja, para que as bolhas de vapor comecem a se formar (nucleação), é necessário que a superfície lateral externa da vareta combustível tenha uma temperatura levemente superior à de saturação da água.

O ponto que determina o princípio desse regime é chamado de começo de ebulição nucleada ([ONB¹⁹](#)), sendo que, neste trabalho, o modelo utilizado para avaliá-lo é o de Bergles e Rohsenow ([BERGLES; ROHSENOW, 1964](#) apud [GHIAASIAAN, 2007, p. 333](#)):

$$T_w|_{ONB} = T_{sat} + 0,556 \left[\frac{q''_{SP}}{1,082 (10^{-5} p)^{1,156}} \right]^{0,463 (10^{-5} p)^{0,0234}}$$

em que $T_w|_{ONB}$ é a temperatura no ponto de [ONB](#), ou seja, a temperatura necessária para causar nucleação, e q''_{SP} é o fluxo de calor no regime de transferência de calor por convecção forçada monofásica.

A transição para o regime de [FDB](#) ocorre muito próximo ao local em que a fração

¹⁹Onset of Nucleate Boiling

de vazio deixa de ser ignorável, fazendo com que, por associação, o início desse regime seja normalmente caracterizado pelo ponto de começo de vazio significativo (OSV²⁰), a correlação empírica mais utilizada para especificar o devido ponto é a de Saha e Zuber (SAHA; ZUBER, 1974 apud GHIAASIAAN, 2007, p. 336):

$$h|_{OSV} \geq \begin{cases} h_f - 0,0022 \frac{q''_{ONB} D_h C_{pl}}{k_l}, & \text{para } \frac{\dot{m} D_h C_{pl}}{A_{cn} k_l} < 70.000 \\ h_f - 154 \frac{A_{cn} q''_{ONB}}{\dot{m}}, & \text{para } \frac{\dot{m} D_h C_{pl}}{A_{cn} k_l} > 70.000 \end{cases}$$

onde $h|_{OSV}$ é a entalpia no ponto de OSV, e q''_{ONB} é o fluxo de calor no ponto de ONB, dado por:

$$q''_{ONB} = h_c (T_w|_{ONB} - T_{sat})$$

O regime de SNB ocorre a partir do momento no qual a temperatura bulk atinge a temperatura de saturação da água. O ponto que define esse instante é de fácil distinção, visto que é nele em que o título termodinâmico (ou de equilíbrio) de vapor, equação (2.14), se iguala a zero.

2.4.2 Título de Vapor em Escoamento

Para o cálculo do título de escoamento é empregada a correlação de Ahmad (AHMAD, 1970 apud GHIAASIAAN, 2007, p. 342) que “talvez seja a correlação empírica entre título de escoamento e título de equilíbrio em ebulição subsaturada mais amplamente utilizada”²¹ (GHIAASIAAN, 2007, p. 342, tradução nossa):

$$x = \frac{x_{eq} - x_{eq}|_{OSV} \exp\left(\frac{x_{eq}}{x_{eq}|_{OSV}} - 1\right)}{1 - x_{eq}|_{OSV} \exp\left(\frac{x_{eq}}{x_{eq}|_{OSV}} - 1\right)}$$

²⁰Onset of Significant Void

²¹“is perhaps the most widely used empirical correlation between flow quality x and equilibrium quality in subcooled boiling”

onde x_{eq} é título de equilíbrio de vapor, dado por:

$$x_{eq} = \frac{h - h_f}{h_g - h_f} \quad (2.14)$$

e $x_{eq}|_{OSV}$ é título de equilíbrio de vapor no ponto de OSV:

$$x_{eq}|_{OSV} = \frac{h|_{OSV} - h_f}{h_g - h_f}$$

2.4.3 Fração de Vazio

A fração de vazio é calculada a partir da correlação de Chexal-Lellouche ([CHEXAL et al., 1992](#) apud [TODREAS; KAZIMI, 2011](#), p. 628-632) para escoamento vertical:

$$\alpha = \frac{\beta}{\frac{L}{K_0 + (1 - K_0) \alpha^r} + 1,41 \frac{C_1 C_2 C_3 C_4}{j} \left[\frac{(\rho_f - \rho_g) \sigma g}{\rho_f^2} \right]^{0,25}} \quad (2.15)$$

sendo que as equações que constituem suas muitas variáveis estão expostas no [Anexo A](#).

2.4.4 Fluxo Crítico de Calor

Não apenas na área nuclear mas em todas aquelas nas quais a transferência de calor por ebulição em escoamento pode vir a se suceder, o CHF é o limite mais importante a ser avaliado, pois sua ocorrência pode causar um grande aumento de temperatura na superfície aquecida que, por sua vez, pode acarretar em danos mecânicos a essa estrutura.

Dependendo do fluxo de calor o CHF pode se apresentar tanto no regime de FDB, quanto no de SNB, podendo ser caracterizado como DNB ou *Dryout*. Caso o CHF ocorra em uma região sub-resfriada ou de baixo título de escoamento temos a presença de um DNB, já quando a ocorrência do CHF se dá em alto título de escoamento temos um *Dryout*.

O DNB sobrevêm quando o vapor gerado na superfície aquecida não é removido em uma velocidade satisfatória, causando um filme de vapor entre a superfície e o líquido refrigerante. Já o *Dryout* ocorre quando praticamente todo o filme líquido que encobre a superfície aquecida é perdido.

2.4.4.1 DNB

Neste trabalho, para o cálculo do CHF em um CR com distribuição uniforme de fluxo de calor ($q''_{cr,u}$) no qual um DNB se sucede, é utilizada a correlação W-3 (TONG; TONG, 1967, 1972 apud TODREAS; KAZIMI, 2011, p. 787), por ser “a correlação mais amplamente utilizada para estimar as condições de DNB para PWRs”²² (TODREAS; KAZIMI, 2011, p. 787, tradução nossa):

$$q''_{cr,u} = \left\{ \left(2,022 - 0,06238 \cdot 10^{-6} p \right) + \left(0,1722 - 0,01427 \cdot 10^{-6} p \right) \exp \left[(18,177 - 0,5987 \cdot 10^{-6} p) x_{eq} \right] \right\} \left[2,326 \frac{\dot{m}}{A_{cn}} (0,1484 - 1,596 x_{eq} + 0,1729 x_{eq} |x_{eq}|) + 3,271 \cdot 10^3 \right] [0,2664 + 0,8357 \exp(-124,1 D_h)] [0,8258 + 0,3413 (h_f - h_{in}) 10^{-6}] (1,157 - 0,869 x_{eq}) 10^3 \quad (2.16)$$

Contudo, como o fluxo de calor apresentado por reatores nucleares não é uniforme, a seguinte equação é necessária para estimar o CHF não-uniforme ($q''_{cr,n}$) que resulta em um DNB (TONG et al.; SILVESTRI, 1966, 1966 apud TODREAS; KAZIMI, 2011, p. 788):

$$q''_{cr,n} = \frac{q''_{cr,u}}{F_{CHF}}$$

em que F_{CHF} é um fator de correção avaliado por Lin et al. (1992 apud TODREAS; KAZIMI, 2011, p. 788):

$$F_{CHF} = \frac{C \int_0^z q''(z') \exp[-C(z - z')] dz'}{q''(z) [1 - \exp(-Cz)]} \quad (2.17)$$

onde C é dado por:

$$C = 185,6 (1 - x_{eq}) \left(\frac{\dot{m}}{A_{cn}} \right)^{-0,478}$$

Para o cálculo da integral presente na equação (2.17), a regra dos trapézios foi empregada.

²²the most widely used correlation for evaluation of DNB conditions for PWRs

2.4.4.2 Dryout

A avaliação do *Dryout* é feita por meio da correlação de Bowring (BOWRING, 1977 apud TODREAS; KAZIMI, 2011, p. 781-782), que “provavelmente possui a maior faixa de aplicabilidade em termos de pressão e fluxo mássico”²³ (TODREAS; KAZIMI, 2011, p. 781, tradução nossa):

$$q''_{cr} = \frac{C_{B1} - \frac{\dot{m} D_h (h_g - h_f) x}{4 A_{cn}}}{C_{B2}}$$

em que C_{B1} é dado por:

$$C_{B1} = \frac{2,317 \dot{m} D_h (h_g - h_f) F_1}{4 (A_{cn} + 0,0143 \dot{m} D_h^{0,5} F_2)}$$

e C_{B2} por:

$$C_{B2} = \frac{0,077 \dot{m} D_h F_3}{A_{cn} \left[1 + 0,347 p_R^{1,649} \left(\frac{\dot{m}}{1356 A_{cn}} \right)^{(2-0,5 p_R)} F_3 \right]}$$

onde p_R é igual a $0,145 \cdot 10^6 p$. Já F_1 , F_2 e F_3 dependem de p_R , sendo que quando este é inferior a 1 MPa, aqueles derivam de:

$$F_1 = \frac{p_R^{18,942} \exp [20,89 (1 - p_R)] + 0,917}{1,917}$$

$$F_2 = \frac{1,309 F_1}{p_R^{1,316} \exp [2,444 (1 - p_R)] + 0,309}$$

$$F_3 = \frac{p_R^{17,023} \exp [16,658 (1 - p_R)] + 0,667}{1,667}$$

enquanto para $p_R > 1$ MPa eles se transformam em:

$$F_1 = p_R^{-0,368} \exp [0,648 (1 - p_R)] \quad F_2 = \frac{F_1}{p_R^{-0,448} \exp [0,245 (1 - p_R)]}$$

$$F_3 = p_R^{0,219}$$

²³probably has the widest range of applicability in terms of pressure and mass flux

3 Modelagem Computacional

Neste capítulo as equações referentes ao transporte de energia na [VC](#) e no [CR](#), desenvolvidas no capítulo de [modelagem física](#), serão adimensionalizadas e discretizadas. No que concerne à adimensionalização, a seguinte tabela foi empregada:

Tabela 3 – Variáveis para a adimensionalização

Variável	Variável adimensional	Valor de referência	Variável	Variável adimensional	Valor de referência
h	h^*	h_{in}	ρ	ρ^*	ρ_0
T	T^*	T_{in}	C_κ	C_κ^*	Cp_0
\dot{m}	\dot{m}^*	\dot{m}_0	k	k^*	k_0
h_c	h_c^*	h_{c0}	q''	q''^*	q_0''
t	t^*	t_0	q_{P_w}''	$q_{P_w}''^*$	q_{P_w0}''
x	x^*	D_0	q'''	q'''^*	q_{max0}'''
P	P^*	D_0			

Fonte: Produzido pelo autor.

Nota: Os itens dessa tabela relacionam-se da seguinte forma: Variável = Variável adimensional · Valor de referência.

Na [Tabela 3](#), os valores de referência para a entalpia e para as propriedades físicas são calculados a partir da temperatura de entrada do [CR](#) (T_{in}) por meio das correlações citadas na seção de [propriedades físicas do refrigerante](#). Já \dot{m}_0 é a vazão de entrada do [CR](#) no instante inicial e D_0 é adotado como sendo igual ao diâmetro externo da [VC](#). Por fim, as adimensionalizações do fluxo e do coeficiente de transferência de calor fundamentam-se, respectivamente, na lei de resfriamento de Newton, [equação \(2.11a\)](#)^{24,25} e na correlação de Dittus–Boelter/McAdams, [equação \(2.11b\)](#).

3.1 Vareta Combustível

A [equação de condução de calor transiente na VC \(2.1\)](#), recuperada a seguir, será discretizada pelo método de Galerkin, onde adotaremos elementos tetraédricos e funções

²⁴já que $q'' = h_c (T_w - T_\infty)$, ao adimensionalizarmos encontramos $q_0'' q''^* = h_{c0} T_{in} h_c^* (T_w^* - T_\infty^*)$, portanto $q_0'' = h_{c0} T_{in}$

²⁵como $q_{P_w}'' = \int_P q'' dP$, adimensionalizando chegamos à $q_{P_w0}'' q_{P_w}''^* = D_0 q_0'' \int_{P^*} q''^* dP^*$, logo $q_{P_w0}'' = D_0 q_0'' = D_0 h_{c0} T_{in}$

de base lineares.

$$\int_{V_{vc}} \varphi \rho_{\kappa} C_{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} dV_{vc} + \int_{V_{vc}} k_{\kappa} \vec{\nabla} T \cdot \vec{\nabla} \varphi dV_{vc} = \int_{V_{vc}} \varphi q_{\kappa}''' dV_{vc} - \int_{A_w} \varphi q'' dA_w$$

Todavia, primeiro devemos realizar a adimensionalização da mesma.

3.1.1 Adimensionalização

Aplicando na (2.1) os parâmetros contidos na Tabela 3, obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{\rho_0 C p_0 T_{in} D_0^3}{t_0} \int_{V_{vc}^*} \varphi \rho_{\kappa}^* C_{\kappa}^* \frac{\partial T^*}{\partial t^*} dV_{vc}^* + k_0 T_{in} D_0 \int_{V_{vc}^*} k_{\kappa}^* \vec{\nabla}^* T^* \cdot \vec{\nabla}^* \varphi dV_{vc}^* = \\ q_{max0}''' D_0^3 \int_{V_{vc}^*} \varphi q_{\kappa}'''^* dV_{vc}^* - q_0'' D_0^2 \int_{A_{vc}^*} \varphi q''^* dA_{vc}^* \end{aligned}$$

fazendo:

$$t_0 = \frac{\rho_0 C p_0 D_0^2}{k_0} \quad (3.1a)$$

$$Nu_0 = \frac{h_{c_0} D_h}{k_0} \quad (3.1b)$$

$$q_0'' = h_{c_0} T_{in} \quad S_0 = \frac{q_{max0}''' D_0^2}{k_0 T_{in}}$$

chegamos a forma adimensionalizada de nossa equação:

$$\int_{V_{vc}^*} \varphi \rho_{\kappa}^* C_{\kappa}^* \frac{\partial T^*}{\partial t^*} dV_{vc}^* + \int_{V_{vc}^*} k_{\kappa}^* \vec{\nabla}^* T^* \cdot \vec{\nabla}^* \varphi dV_{vc}^* = S_0 \int_{V_{vc}^*} \varphi q_{\kappa}'''^* dV_{vc}^* - \frac{D_0 Nu_0}{D_h} \int_{A_{vc}^*} \varphi q''^* dA_{vc}^* \quad (3.2)$$

3.1.2 Discretização

A discretização completa da equação (3.2) encontra-se na seção C.1 do Apêndice C, contudo, nesta seção apresentaremos sucintamente os principais métodos que foram empregados e o resultado obtido.

Para a discretização temporal da equação (3.2) fizemos uso do método θ , cuja aplicação “conduz ao mais comumente utilizado algoritmo para integração no tempo”²⁶ (PEPPER; HEINRICH, 2005, p.51, tradução nossa). Através dele podemos modelar a temperatura e sua derivada como:

²⁶“leads to the most commonly used algorithms for time integration”

$$T^* = T^{n*} + \theta \Delta T^*$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} = \frac{\Delta T^*}{\Delta t^*}$$

onde utilizamos $\theta = \frac{1}{2}$ (método de Crank-Nicolson) devido a alta precisão e estabilidade que essa abordagem normalmente produz:

$$T^* = T^{n*} + \frac{\Delta T^*}{2}$$

Para a discretização no espaço aproximamos ΔT^* da seguinte forma:

$$\Delta T^*(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^{n_{vc}^{(n)}} N_j(x, y, z) \Delta T_j^*(t)$$

sendo que $n_{vc}^{(n)}$ é o número de nós da **VC** e N_j são as funções de base, também conhecidas como funções de forma ou de interpolação. Assumiremos funções de interpolação lineares, cuja forma geral, considerando elementos tetraédricos, é dada por:

$$N_j(x, y, z) = \frac{a_j + b_j x + c_j y + d_j z}{6V_{vc}^{*(e_k)}}$$

Como referido anteriormente, o método fundamental adotado para a discretização da equação de transporte de temperatura na **VC** é o de Galerkin, segundo o qual:

$$\varphi = N_i \quad i = 1, \dots, n_{vc}^{(n)}$$

Ao aplicarmos os métodos supracitados e estabelecermos as seguintes aproximações para o gradiente de temperatura em cada direção, o fluxo de calor, a “geração de calor” e as propriedades físicas dos materiais de cada elemento:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta T^{n*}}{\Delta x^*} &= \sum_{i=1}^4 \frac{b_i T^{n*}(i)}{6V_{vc}^{*(e_k)}} & \frac{\Delta T^{n*}}{\Delta y^*} &= \sum_{i=1}^4 \frac{c_i T^{n*}(i)}{6V_{vc}^{*(e_k)}} & \frac{\Delta T^{n*}}{\Delta z^*} &= \sum_{i=1}^4 \frac{d_i T^{n*}(i)}{6V_{vc}^{*(e_k)}} \\ \rho_{(e_k)}^* &= \sum_{i=1}^4 \frac{\rho_{\kappa}^*(i)}{4} & C_{\kappa(e_k)}^* &= \sum_{i=1}^4 \frac{C_{\kappa}^*(i)}{4} & k_{(e_k)_x}^* &= \sum_{i=1}^4 \frac{k_{\kappa_x}^*(i)}{4} \end{aligned}$$

$$q_{(e_k)}^{\bar{\star}} = \sum_{i=1}^4 \frac{q_{\kappa}^{\star}(\bar{i})}{4} \quad q_{(e_k)}^{\bar{\star}} = \sum_{i=1}^3 \frac{q^{\star}(\bar{i})}{3} \quad (3.3)$$

alcançamos a seguinte forma matricial para discretização da equação de transporte:

$$\mathbf{K}_{vc} \mathbf{T}_{vc} = \mathbf{F}_{vc}$$

na qual \mathbf{T}_{vc} e \mathbf{F}_{vc} são vetores colunas globais $[n_{vc}^{(n)}] \times 1$, sendo que os componentes de \mathbf{T}_{vc} são dados por:

$$T_{vc_i} = \Delta T_j^{\star}$$

e \mathbf{F}_{vc} é dado por:

$$\mathbf{F}_{vc} = \sum_{k=1}^{n_{vc}^{(e)}} \mathbf{F}_{vc}^{(e_k)}$$

onde $\mathbf{F}_{vc}^{(e_k)}$ são vetores colunas locais (de cada elemento) $[n_{vc}^{(n)}] \times 1$, cujos componentes são dados por:

$$F_{vc_i}^{(e_k)} = \frac{S_0 V_{vc}^{\star(e_k)}}{4} q_{(e_k)}^{\bar{\star}} - \frac{1}{6} \left(k_{(e_k)_x}^{\star-} b_i \frac{\Delta T^{n\star}}{\Delta x^{\star}} + k_{(e_k)_y}^{\star-} c_i \frac{\Delta T^{n\star}}{\Delta y^{\star}} + k_{(e_k)_z}^{\star-} d_i \frac{\Delta T^{n\star}}{\Delta z^{\star}} \right) - \frac{D_0 Nu_0 A_{vc}^{\star(e_k)}}{3D_h} q_{(e_k)}^{\bar{\star}}$$

Já \mathbf{K}_{vc} é uma matriz quadrada global $[n_{vc}^{(n)}] \times [n_{vc}^{(n)}]$ dada por:

$$\mathbf{K}_{vc} = \sum_{k=1}^{n_{vc}^{(e)}} \mathbf{K}_{vc}^{(e_k)}$$

em que $\mathbf{K}_{vc}^{(e_k)}$ são matrizes quadradas locais 4×4 , cujos componentes são dados por:

$$K_{vc_{ij}}^{(e_k)} = \begin{cases} \frac{\rho_{(e_k)}^{\star-} C_{\kappa(e_k)}^{\star-} V_{vc}^{\star(e_k)}}{10\Delta t^{\star}} + \frac{k_{(e_k)_x}^{\star-} b_i^2 + k_{(e_k)_y}^{\star-} c_i^2 + k_{(e_k)_z}^{\star-} d_i^2}{72V_{vc}^{\star(e_k)}}, & \text{para } j = i \\ \frac{\rho_{(e_k)}^{\star-} C_{\kappa(e_k)}^{\star-} V_{vc}^{\star(e_k)}}{20\Delta t^{\star}} + \frac{k_{(e_k)_x}^{\star-} b_i b_j + k_{(e_k)_y}^{\star-} c_i c_j + k_{(e_k)_z}^{\star-} d_i d_j}{72V_{vc}^{\star(e_k)}}, & \text{para } j \neq i \end{cases}$$

Finalizando a discretização da [equação \(3.2\)](#), o sistema final encontrado é resolvido através do método dos Gradientes Conjugados, no qual o pré-condicionador de Jacobi é empregado ([SAMPAIO, 2007](#)).

3.1.3 Cálculo do Δt

Com o propósito de alcançarmos o passo de tempo mais adequado no que concerne à [VC](#), calculamo-lo para cada um de seus elementos por meio da [equação \(3.4\)](#), referente a difusão térmica em elementos lineares, e escolhemos aquele cujo valor fornecido mostrou-se menor²⁷.

$$\Delta t_{(e_k)}^* = \rho_{(e_k)}^* C_{\kappa(e_k)}^* \frac{l^2}{6k_{(e_k)}^*} \quad (3.4)$$

Nesta equação, o comprimento característico l foi aproximado por meio de $l = \sqrt[3]{V_{vc}^*(e_k)}$, devido ao volume do elemento ser pequeno.

3.2 Canal Refrigerante

Nesta seção iremos adimensionalizar e discretizar a [equação para o transporte unidimensional da entalpia no CR \(2.7\)](#) apresentada no capítulo de [modelagem física](#) e recuperada abaixo:

$$\rho A_{cn} \frac{\partial h}{\partial t} + \dot{m} \frac{\partial h}{\partial z} = q_{P_w}''$$

Essa equação será discretizada a partir do método dos mínimos quadrados, onde adotaremos elementos lineares de tamanhos iguais (Δz) e funções de base também lineares.

3.2.1 Adimensionalização

Substituindo os valores presentes na [Tabela 3](#) na [equação \(2.7\)](#), encontramos:

$$\frac{\rho^* \rho_0 A_{cn} h_{in}}{t_0} \frac{\partial h^*}{\partial t^*} + \frac{\dot{m}^* \dot{m}_0 h_{in}}{D_0} \frac{\partial h^*}{\partial z^*} = q_{P_{w0}}'' q_{P_w}''^* \quad (3.5)$$

²⁷desconsideramos o cálculo do Δt no gap por considerarmos sua transferência de calor como sendo praticamente instantânea, devido a sua diminuta extensão

Fazendo $q''_{P_{w0}} = D_0 h_{c0} T_{in}$, empregando o t_0 da [equação \(3.1a\)](#), e usando como números adimensionais de referência o de Nusselt (Nu_0), fornecido pela [equação \(3.1b\)](#), e o de Péclet (Pc_0), dado por:

$$Pc_0 = \frac{Cp_0 D_h \dot{m}_0}{k_0 A_{cn}}$$

a [equação \(3.5\)](#) assume a seguinte forma adimensionalizada:

$$\rho^* \frac{\partial h^*}{\partial t^*} + \frac{Pc_0 D_0 \dot{m}^*}{D_h} \frac{\partial h^*}{\partial z^*} = \frac{D_0^3 Nu_0 Cp_0 T_{in}}{D_h A_{cn} h_{in}} q''_{P_w}^* \quad (3.6)$$

3.2.2 Discretização

De modo análogo ao realizado na [seção de discretização da VC \(3.1.2\)](#), apresentaremos neste espaço concisamente os procedimentos empregados para a discretização da [equação \(3.6\)](#). A descrição completa da mesma é feita na [seção C.2 do Apêndice C](#).

Recorremos novamente ao método de Crank-Nicolson para efetuar a discretização temporal, pelo qual a entalpia e sua derivada podem ser modeladas como:

$$h^* = h^{n^*} + \frac{\Delta h^*}{2}$$

$$\frac{\partial h^*}{\partial t^*} = \frac{\Delta h^*}{\Delta t^*}$$

Para a discretização no espaço aproximamos Δh^* da seguinte forma:

$$\Delta h^*(z, t) = \sum_{j=1}^{n_{cn}^{(e)}+1} N_j(z) \Delta h_j^*(t)$$

onde $n_{cn}^{(e)}$ é o número de elementos do [CR](#) e N_j são as funções de base, as quais consideraremos como lineares, cuja forma geral para elementos igualmente lineares é dada por:

$$N_j(z) = \frac{e_j + f_j x}{\Delta z}$$

A discretização da [equação \(3.6\)](#) foi fundamentada no método dos mínimos quadrados,

no qual o erro E da solução aproximada é minimizado ao fazer:

$$\int_{a_{vc}} \frac{dR}{d(\Delta h_j^*)} R dz = 0$$

em que R é o resíduo decorrente das aproximações.

Aplicando os métodos acima, assumindo as seguintes médias e simplificações para a densidade, o fluxo de calor e o gradiente da entalpia nos elementos:

$$\begin{aligned} \bar{\rho}^* &= \sum_{i=1}^2 \frac{\rho^*(i)}{2} & q_{P_w}^{\prime\prime*} &= \sum_{i=1}^2 \frac{q_{P_w}^{\prime\prime*}(i)}{2} & (3.8) \\ \frac{\Delta h^{n*}}{\Delta z^*} &= \sum_{i=1}^2 \frac{f_i h^{n*}(i)}{\Delta z^*} \end{aligned}$$

e adotando as variáveis arbitrárias α e β :

$$\alpha = \frac{Pc_0 D_0 \dot{m}^*}{D_h} \quad \beta = \frac{D_0^3 Nu_0 Cp_0 T_{in}}{D_h A_{cn} h_{in}}$$

chegamos a forma matricial:

$$\mathbf{K}_{cn} \mathbf{H}_{cn} = \mathbf{F}_{cn}$$

em que \mathbf{H}_{cn} e \mathbf{F}_{cn} são vetores colunas globais $[n_{cn}^{(e)} + 1] \times 1$, sendo que os componentes de \mathbf{H}_{cn} são dados por:

$$H_{cn_i} = \Delta h_j^*$$

e \mathbf{F}_{cn} é dado por:

$$\mathbf{F} = \sum_{k=1}^n \mathbf{F}_{cn}^{(e_k)}$$

onde $\mathbf{F}_{cn}^{(e_k)}$ são vetores colunas locais $[n_{cn}^{(e)} + 1] \times 1$, cujos componentes são dados por:

$$F_{cn_i}^{(e_k)} = \left(\beta q_{P_w}^{\prime\prime*} - \alpha \frac{\Delta h^{n*}}{\Delta z^*} \right) \left(\frac{\bar{\rho}^* \Delta z^*}{2 \Delta t^*} + \frac{\alpha f_i}{2} \right)$$

Já \mathbf{K}_{cn} é uma matriz quadrada global $[n_{cn}^{(e)} + 1] \times [n_{cn}^{(e)} + 1]$ dada por:

$$\mathbf{K}_{cn} = \sum_{k=1}^n \mathbf{K}_{cn}^{(e_k)}$$

na qual $\mathbf{K}_{cn}^{(e_k)}$ são matrizes quadradas locais 2×2 , cujos componentes são dados por:

$$K_{cn_{ij}}^{(e_k)} = \begin{cases} \bar{\rho}^* \left(\frac{\bar{\rho}^* \Delta z^*}{3 \Delta t^{*2}} + \frac{\alpha f_i}{2 \Delta t^*} + \frac{\alpha^2 f_i^2}{4 \Delta z^*} \right), & \text{para } j = i \\ \bar{\rho}^* \left[\frac{\bar{\rho}^* \Delta z^*}{6 \Delta t^{*2}} + \frac{\alpha (f_i + f_j)}{4 \Delta t^*} + \frac{\alpha^2 f_i f_j}{4 \Delta z^*} \right], & \text{para } j \neq i \end{cases}$$

E por último, solucionamos a matriz encontrada por meio do Algoritmo de Thomas (decomposição LU).

3.2.3 Cálculo do Δt

Retomando a [equação \(3.6\)](#) e analisando-a, podemos perceber que a variação de energia no [CR](#) está associada a dois fenômenos distintos, o escoamento do refrigerante e a transferência de calor nele:

$$\rho^* \frac{\partial h^*}{\partial t^*} + \underbrace{\frac{Pc_0 D_0 \dot{m}^*}{D_h} \frac{\partial h^*}{\partial z^*}}_{\text{Escoamento}} = \underbrace{\frac{D_0^3 Nu_0 Cp_0 T_{in}}{D_h A_{cn} h_{in}} q_{P_w}''^*}_{\text{Transferência de Calor}}$$

separando esses dois processos podemos estimar a contribuição de cada um deles para o transiente de entalpia:

$$\rho^* \frac{\partial h^*}{\partial t^*} = \frac{Pc_0 D_0 \dot{m}^*}{D_h} \frac{\partial h^*}{\partial z^*} \qquad \rho^* \frac{\partial h^*}{\partial t^*} = \frac{D_0^3 Nu_0 Cp_0 T_{in}}{D_h A_{cn} h_{in}} q_{P_w}''^*$$

Aproximando o fluxo de calor e as taxas de variação de entalpia no tempo e no espaço por:

$$q_{P_w}''^* = \frac{\Delta h_q^*}{Cp_0} \int_{P_w} h^* dP_w, \qquad \frac{\partial h^*}{\partial t^*} = \frac{\Delta h_t^*}{\Delta t^*} \qquad \text{e} \qquad \frac{\partial h^*}{\partial z^*} = \frac{\Delta h_s^*}{\Delta z^*}$$

e equiparando as variações de entalpia em virtude do fluxo de calor, do tempo e do espaço:

$$\Delta h_q^* \approx \Delta h_t^* \approx \Delta h_s^*$$

estabelecemos coerência entre os passos de tempo decorrentes do escoamento e da transferência de calor, chegando nas seguintes equações para determiná-los:

$$\Delta t^* = \frac{\rho^* D_h}{Pc_0 D_0 \dot{m}^*} \Delta z^* \quad (3.9a) \quad \Delta t^* = \frac{\rho^* D_h A_{cn} h_{in}}{D_0^3 Nu_0 T_{in} \int_{P_w} h^* dP_w} \quad (3.9b)$$

Desse modo, podemos calcular o Δt devido ao escoamento, [equação \(3.9a\)](#), e em razão da transferência de calor, [equação \(3.9b\)](#), de acordo com cada um dos elementos e, portanto, desvendar qual fenômeno é predominante em cada instante de nossa simulação, por ser aquele que fornece o menor valor para o passo de tempo.

Finalmente, ao optarmos pelo menor Δt , considerando os decorrentes do [CR](#) e aquele referente à [VC](#), [equação \(3.4\)](#), garantimos que a simulação seja sensível a todos os detalhes dos processos intrínsecos a ela.

4 O Código Computacional

Neste capítulo serão explicitados detalhes da implementação do código elaborado, assim como será demonstrada sua verificação.

4.1 Implementação

Desenvolvido a partir do trabalho de [Affonso \(2013\)](#), o programa neste apresentado, nomeado *Fuel_Rod_3D_h*, introduziu uma metodologia baseada na entalpia do refrigerante, tornando possível contemplarmos escoamentos bifásicos. No processo de sua implementação, foram acrescentadas e/ou modificadas correlações para as propriedades do refrigerante, para a transferência de calor no regime de ebulição em escoamento e para os cálculos do título de vapor, fração de vazio e [CHF](#).

Indicamos também que foi assumida a condição de contorno de Neumann para a resolução independente das equações de transporte de energia da [VC](#) e do [CR](#), atenuado o custo computacional do programa ao aprimorarmos o modo em que as propriedades físicas e termo-hidráulicas são obtidas e aplicadas, instaurado um novo procedimento para a aquisição das posições dos nós nas superfícies e em locais de interesse da [VC](#) e adicionadas rotinas para a produção de suas deformidades.

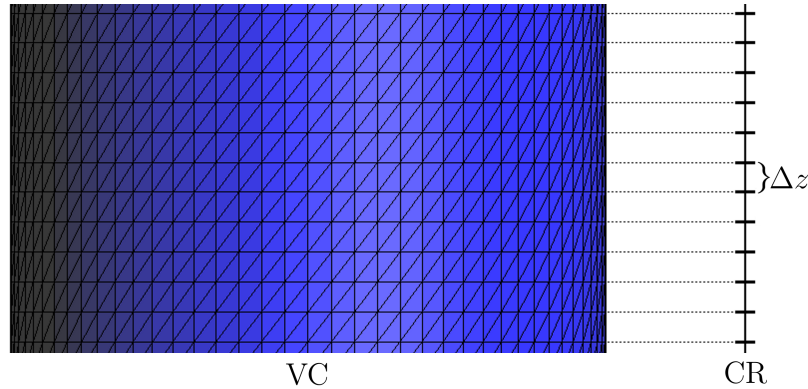
Ademais, os atributos mais importantes da implementação do código são a forma na qual é realizado o acoplamento entre as discretizações [3D](#) e [1D](#) constituintes do problema e as “iterações internas” — em um mesmo passo de tempo — adotadas para o programa.

4.1.1 Acoplamento 3D-1D

Como já mencionado, o acoplamento entre as duas discretizações pelo método dos elementos finitos, tridimensional na [VC](#) por meio do método de Galerkin e unidimensional no [CR](#) através do método dos mínimos quadrados, é realizado mediante o fluxo de calor. Assim como no trabalho de [Affonso \(2013\)](#), do qual este procedimento se origina, o primeiro passo para efetivar o acoplamento é construir uma malha estruturada para a face lateral externa da [VC](#) e discretizar o [CR](#) com o mesmo número de divisões na altura do que o nela adotado, [Figura 8](#), o que assegura a existência de correlação entre ambas as discretizações.

Sendo assim, todos os nós que constituem o perímetro externo de uma determinada

Figura 8 – Recorte da discretização da VC e do CR



Fonte: Produzido pelo autor.

altura da VC estão associados a um único nó do CR que se encontra nessa mesma altura, formando pares de nós Vareta-Canal (VC-CR).

Em sequência, o fluxo de calor é calculado entre cada um dos pares de nós VC-CR, a partir da correlação experimental mais apropriada ao momento analisado — equações (2.11), (2.12) ou (2.13).

Dando prosseguimento, a equação (2.6) é calculada para cada altura por meio da regra dos trapézios, onde são considerados os valores do fluxo de calor obtidos segundo os pares de nós VC-CR que constituem o perímetro da altura avaliada.

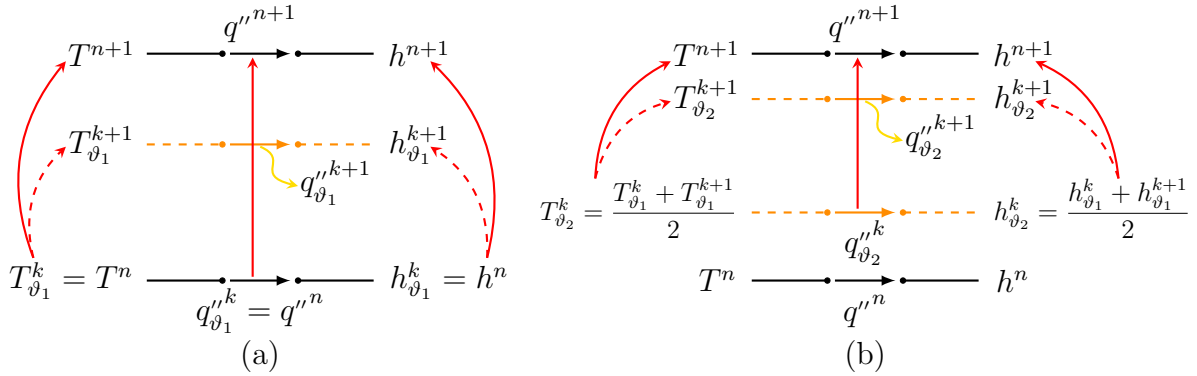
Finalmente, com todos esses valores, as equações (3.3) e (3.8) são calculadas e é dado prosseguimento à resolução das equações de transporte.

4.1.2 Iterações Internas

Em cada passo de tempo foi implementado um processo iterativo em decorrência do emprego da entalpia para descrever a equação de transporte de energia no CR. Essa circunstância impossibilitou o desenvolvimento de uma abordagem totalmente acoplada para a resolução das equações de transporte na VC e no CR, tornando-as independentes. Para recuperar sua interdependência, foram utilizadas iterações, demonstradas nas Figuras 9 e 10, nas quais são testadas as distribuições de temperatura na VC, de entalpia no CR e de fluxo de calor entre ambos a partir do erro relativo entre seus respectivos valores no início e no fim de cada iteração.

Como ilustrado na Figura 9a, em razão da segregação das equação de transporte, procuramos alcançar as distribuições de temperatura e entalpia no passo de tempo $n + 1$ (T^{n+1} , h^{n+1}) sem de fato possuímos a sua verdadeira distribuição de fluxo de calor

Figura 9 – Iterações Internas



Fonte: Produzido pelo autor.

(q''^{n+1}) , nossa melhor opção é empregar aquela do passo anterior (q''^n) como aproximação para a almejada. Entretanto, ao resolvermos as equações de transporte nos valendo dessa aproximação, alcançamos distribuições de temperatura $(T_{\vartheta_1}^{k+1}, h_{\vartheta_1}^{k+1})$ que podem se encontrar tanto superestimadas quanto subestimadas.

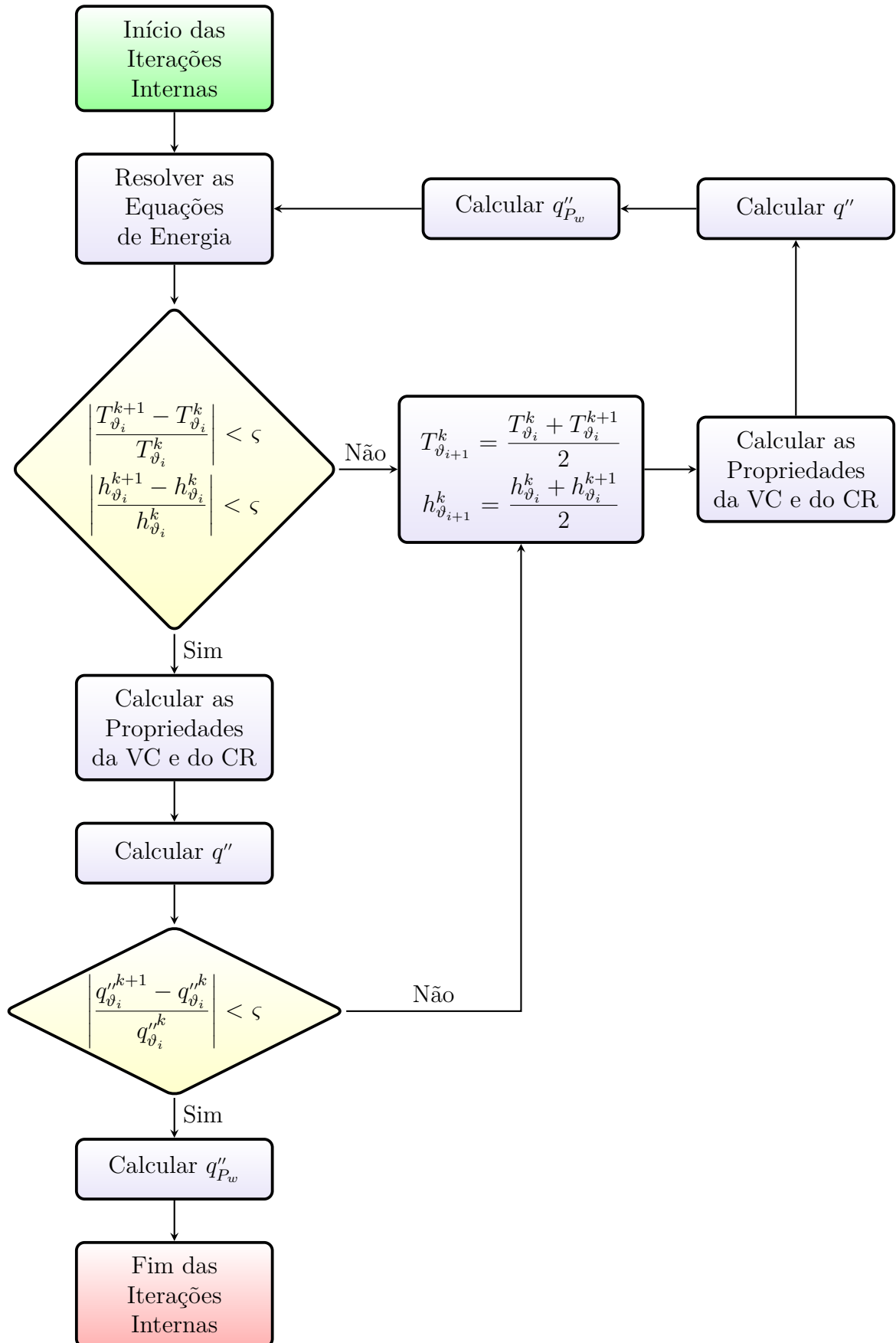
Em vista dessa conjuntura, as denominadas “iterações internas” foram implementadas, segundo as quais, enquanto o erro relativo máximo entre os valores de entrada e os encontrados para cada distribuição for maior do que um valor pré-estipulado (ς), uma nova iteração é requerida. Nela, com o intento de recalculas as propriedades físicas e o fluxo de calor para uma nova resolução das equações de energia, médias são tomadas entre os dados iniciais e finais da iteração antecedente para as distribuições de temperatura $(T_{\vartheta_{i-1}}^k, T_{\vartheta_{i-1}}^{k+1})$ e entalpia $(h_{\vartheta_{i-1}}^k, h_{\vartheta_{i-1}}^{k+1})$, assim como esquematizado na [Figura 10](#).

Possivelmente, como exemplificado na [Figura 9b](#), mesmo com a nova distribuição de fluxo de calor, não alcançaremos os valores exatos para as distribuições de temperatura e entalpia em apenas uma “iteração interna”. Não obstante, a repetição dos procedimentos supracitados faz com que a divergência manifestada seja minimiza.

Por fim, quando o erro relativo entre os dados das distribuições de temperatura, entalpia e fluxo de calor, considerando uma mesma “iteração interna” e cada nó do problema, se torna menor que a tolerância ς , significa que elas se encontram equilibradas e, desse modo, o programa avança para o passo de tempo subsequente, mas não antes de recalculas as propriedades físicas e o fluxo de calor que nele serão empregados como estimativas iniciais.

Um último aspecto auspicioso desse procedimento é o de estar igualmente propenso a amenizar os erros gerados pelas aproximações para as propriedades físicas em cada elemento efetuadas no capítulo de [modelagem computacional](#).

Figura 10 – Fluxograma das Iterações Internas



Fonte: Produzido pelo autor.

4.2 Verificação e Validação

Objetivando verificar e validar o programa desenvolvido neste trabalho, testamos a convergência para o estacionário de simulações com diferentes condições iniciais de temperatura. Além disso, comparamos dados fornecidos por ele com o produto gerado pela solução analítica da [equação de transporte de entalpia no CR \(2.7\)](#) e resultados apresentados no trabalho de [Krepper et al. \(2007\)](#).

Verificamos ainda nesta seção as “iterações internas” por meio de comparações com simulações feitas mediante o programa *Fuel_Rod_3D*, desenvolvido por [Affonso \(2013\)](#). Comparações estas que envolvem também resultados analíticos proporcionados por [Todreas e Kazimi \(1990\)](#).

Finalmente, confrontamos simulações que empregam, em [VCs](#) perfeitas com combustíveis concêntricos, as correlações de Chen e as de Steiner e Taborek, assim como o fazemos para as rotinas do código [NBSNRCE](#) e as correlações da [IAPWS-IF97](#).

Por assumirmos que um [BWR](#) conduz a testes mais abrangentes e conclusivos por apresentar em sua condição ideal de funcionamento todos os regimes de transferência de calor descritos na seção [2.4.1](#), optamos por realizar as verificações de convergência e de conformidade com a solução analítica aplicando os parâmetros exibidos na [Tabela 4](#), que se referem a segunda unidade da estação nuclear Nine Mile Point, um BWR-5 da General Electric com combustível GE11, e que foram obtidos de [Todreas e Kazimi \(2011, p. 971-972\)](#).

Tabela 4 – Tabela dos parâmetros do BWR-5 da estação nuclear Nine Mile Point

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$p(\text{Pa})$	$7,03 \cdot 10^6$	$p(\text{m})$	$14,37 \cdot 10^{-3}$
$T_{in}(\text{°C})$	278,3	$r_f(\text{m})$	$4,8 \cdot 10^{-3}$
$\dot{m}(\text{kg s}^{-1})$	0,175	$r_{ci}(\text{m})$	$4,89 \cdot 10^{-3}$
$q'_{max}(\text{W m}^{-1})$	$47,24 \cdot 10^3$	$r_{ce}(\text{m})$	$5,6 \cdot 10^{-3}$
$a_{vc}(\text{m})$	3,588		

Fonte: [Todreas e Kazimi \(2011, p. 971-972\)](#)

No que tange às discretizações da [VC](#) e do [CR](#) adotadas para as verificações envolvendo o BWR-5, denotamos que a malha atribuída à primeira foi gerada por meio

do software GID, estando seus parâmetros presentes na [Tabela 5](#). Já o [CR](#), apresenta o mesmo número de divisões na altura que o da malha da [VC](#), assim como necessário para o acoplamento [3D-1D](#), segundo o demonstrado na [subseção 4.1.1](#).

Tabela 5 – Tabela das características da malha referente a vareta combustível do BWR-5 da estação nuclear Nine Mile Point

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
Divisões na Altura	100	Divisões no Diâmetro	80
<u>Elementos</u>	640 522	<u>Nós</u>	112 549
no Combustível	449 318	no Combustível	80 405
no Gap	49 715	no Gap	16 462
no Revestimento	141 489	no Revestimento	31 842
na Superfície	16 000	na Superfície	8080
Lateral Externa		Lateral Externa	

Fonte: Produzido pelo autor.

Quanto as análises referentes às correlações de Chen, de Steiner e Taborek, da [IAPWS-IF97](#) e do código [NBSNRCE](#), elas foram efetuadas perante o [PWR](#) da estação nuclear de Seabrook, cujos parâmetros foram obtidos por meio de [Todreas e Kazimi \(2011, p. 971-972\)](#) e estão presentes na [Tabela 6](#).

Tabela 6 – Tabela dos parâmetros do PWR da estação nuclear de Seabrook

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$p(\text{Pa})$	$15,51 \cdot 10^6$	$p(\text{m})$	$12,6 \cdot 10^{-3}$
$T_{in}(\text{°C})$	293,1	$r_f(\text{m})$	$4,096 \cdot 10^{-3}$
$\dot{m}(\text{kg s}^{-1})$	0,335	$r_{ci}(\text{m})$	$4,178 \cdot 10^{-3}$
$q'_{max}(\text{W m}^{-1})$	$44,62 \cdot 10^3$	$r_{ce}(\text{m})$	$4,75 \cdot 10^{-3}$
$a_{vc}(\text{m})$	3,658		

Fonte: [Todreas e Kazimi \(2011, p. 971-972\)](#)

A escolha desse reator deve-se ao fato de termos especial interesse em [PWRs](#) por este ser o modelo adotado em nosso país para “geração” de energia elétrica. Sendo assim os estudos de caso presentes neste trabalho concernem a ele e, por conseguinte, fez-se necessário testar o programa sob as condições nas quais a transferência de calor nele ocorre e as propriedades físicas lhe são necessárias.

Como malha para a VC concêntrica das análises envolvendo o referido PWR, empregamos a descrita pela Tabela 7, que foi gerada através do software GID.

Tabela 7 – Tabela das características da malha referente a vareta com combustível concêntrico do PWR da estação nuclear de Seabrook

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
Divisões na Altura	100	Divisões no Diâmetro	80
<u>Elementos</u>	627 743	<u>Nós</u>	110 576
no Combustível	455 894	no Combustível	81 464
no Gap	49 235	no Gap	16 372
no Revestimento	122 614	no Revestimento	28 900
na Superfície Lateral Externa	16 000	na Superfície Lateral Externa	8080

Fonte: Produzido pelo autor.

4.2.1 Convergência

Empregaremos para a verificação de convergência ao estacionário os quatro casos especificados na Tabela 8, dos quais o primeiro, Caso R, representa o de referência, cuja VC e CR se encontram em equilíbrio térmico à vista da temperatura de entrada do canal, T_{in} .

Tabela 8 – Tabela representativa dos casos de verificação

Casos	Temperatura inicial (°C)			
	no Combustível	no Gap	no Revestimento	no Canal Refrigerante
Caso R	278.3	278.3	278.3	278.3
Caso V-1	700	700	700	278.3
Caso V-2	30	30	30	278.3
Caso V-3	900	700	400	278.3

Fonte: Produzido pelo autor.

Para a avaliação dos resultados, foram considerados dados a meia altura da VC e do CR, enquanto este foi representado mediante a evolução temporal de sua entalpia, naquela contemplou-se a da temperatura em vista de quatro locais de interesse, dois no combustível: centro e superfície externa, e dois no revestimento: superfícies interna e externa. Sendo que

as temperaturas nas superfícies foram aferidas por meio de médias em seus perímetros.

Com os dados obtidos nos locais referidos, por meio da simulação dos casos da Tabela 8, produzimos as Figuras 11, 12, 13, 14 e 15.

Figura 11 – Gráfico da evolução temporal da entalpia do refrigerante a meia altura do canal (verificação convergência)

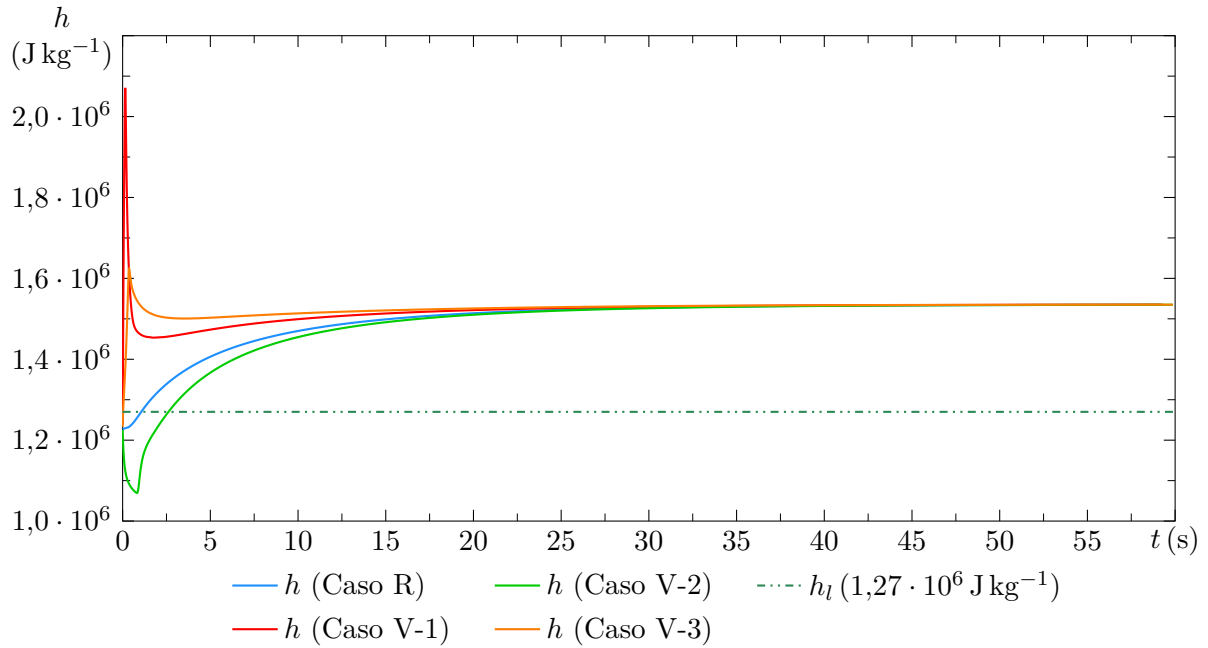


Figura 12 – Gráfico da evolução temporal da temperatura média na superfície externa do revestimento a meia altura da vareta combustível (verificação convergência)

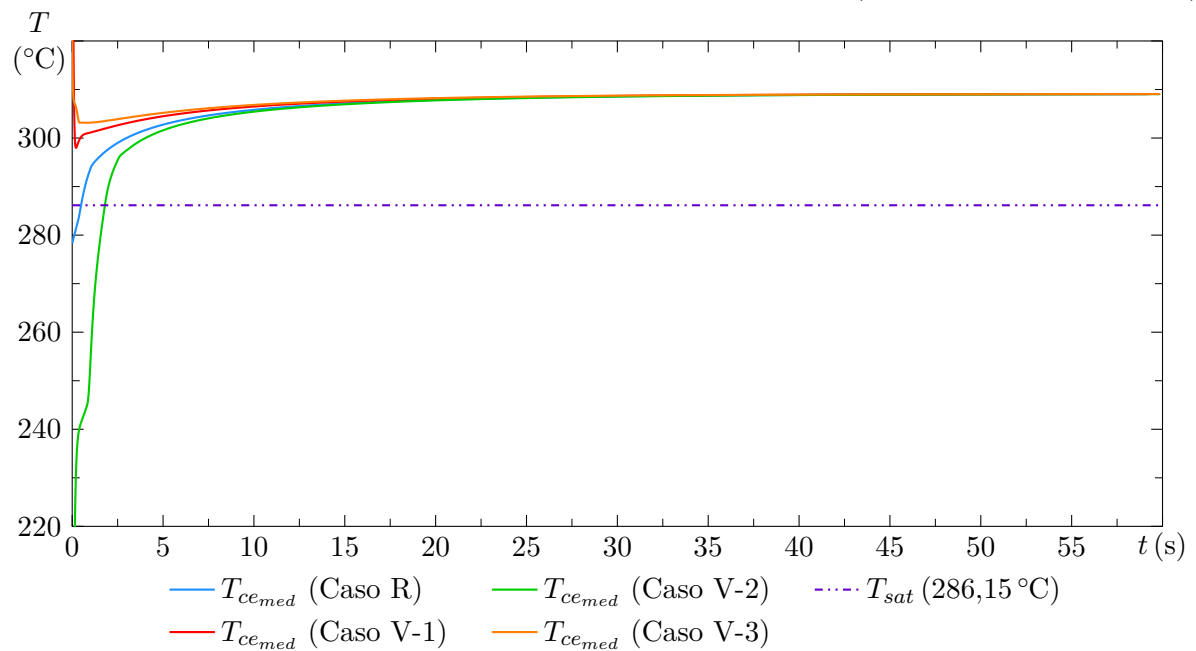
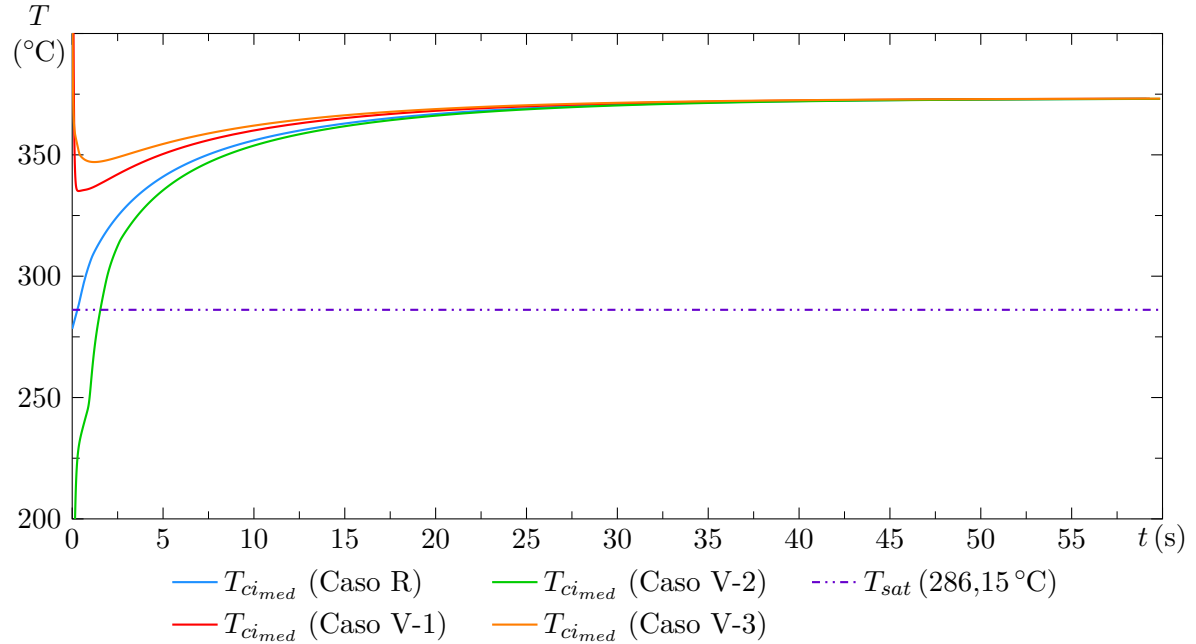
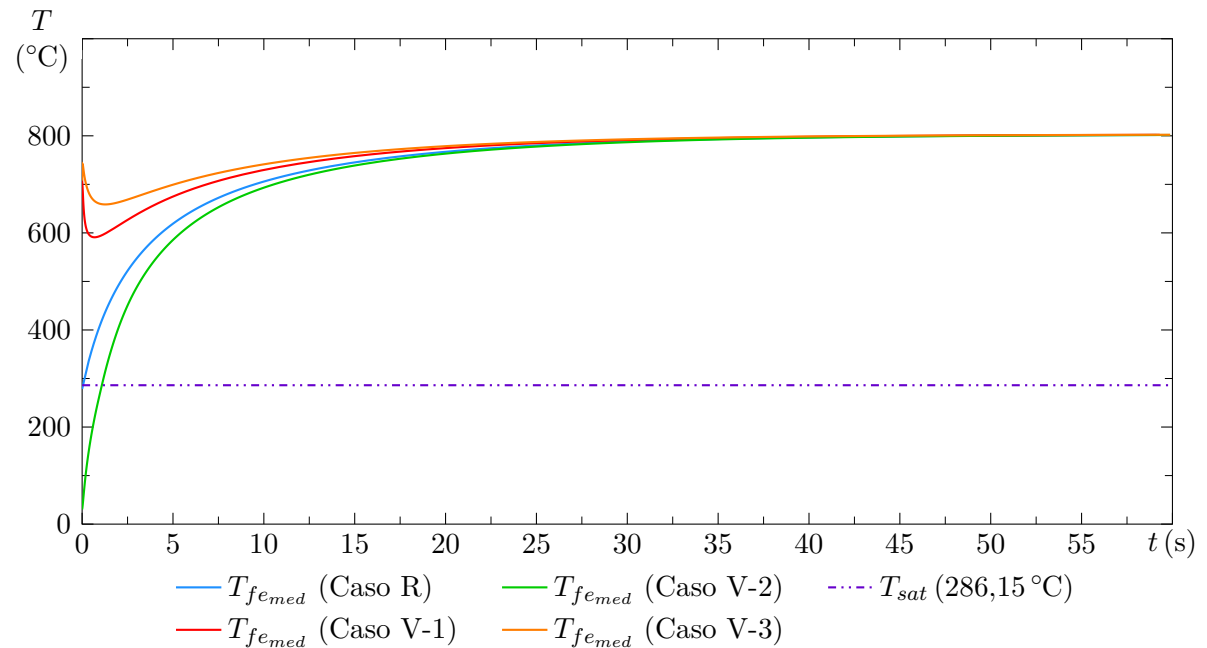


Figura 13 – Gráfico da evolução temporal da temperatura média na superfície interna do revestimento a meia altura da vareta combustível (verificação convergência)



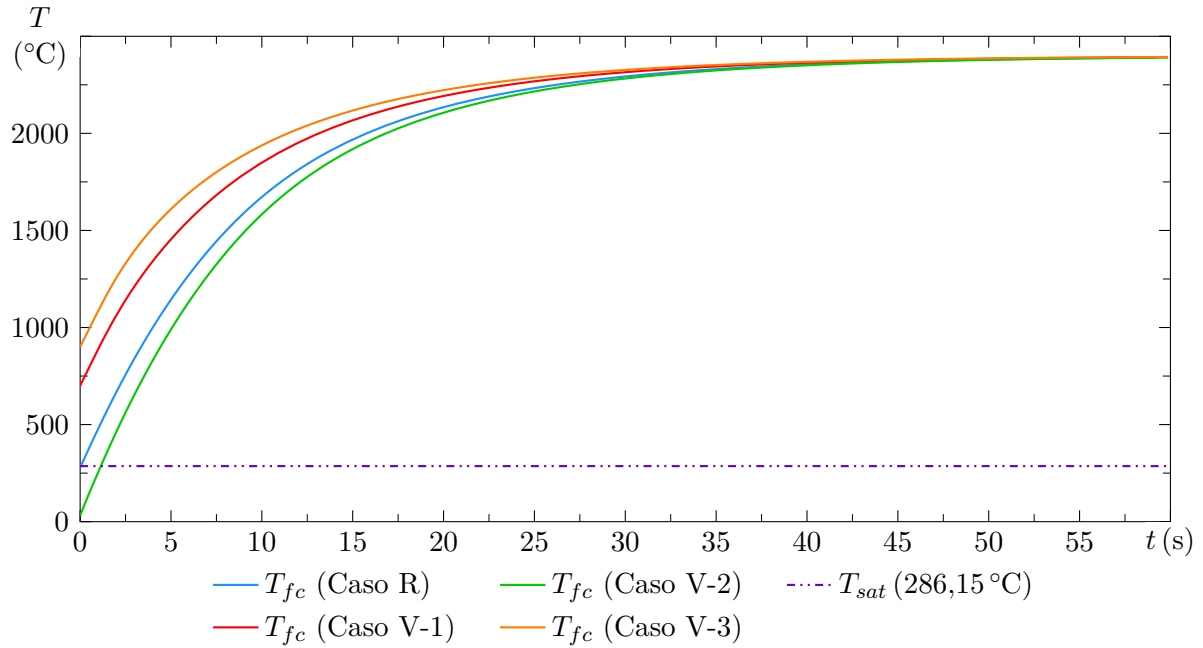
Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 14 – Gráfico da evolução temporal da temperatura média na superfície externa do combustível a meia altura da vareta combustível (verificação convergência)



Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 15 – Gráfico da evolução temporal da temperatura no centro do combustível a meia altura da vareta combustível (verificação convergência)



Podemos verificar por meio das figuras a disposição dos casos apreciados, independente dos valores iniciais para as temperaturas, de convergir ao mesmo resultado. Observamos também como o Caso V-3, no qual as temperaturas dos componentes da VC se encontram mais próximas das assumidas no estacionário, converge mais rapidamente. Características que evidenciam, quanto ao aspecto da convergência, o bom funcionamento do programa desenvolvido.

4.2.2 Solução Analítica

Recuperando a equação para o transporte unidimensional da entalpia no canal refrigerante (2.7) apresenta no capítulo de modelagem física, temos:

$$\rho A \frac{\partial h}{\partial t} + \dot{m} \frac{\partial h}{\partial z} = q''_{P_w}$$

Por contemplarmos apenas o estado estacionário, essa equação perde sua dependência do tempo, reduzindo-se à:

$$\dot{m} \frac{dh}{dz} = q''_{P_w}$$

Além disso, neste estágio, a integral no perímetro do fluxo de calor que sai da VC se iguala à taxa linear de energia térmica “gerada” por ela, ou seja:

$$q''_{P_w} \doteq \int_{P_w} q'' dP_w = q'$$

sendo assim, temos que:

$$\dot{m} \frac{dh}{dz} = q'$$

Adotando o perfil da taxa linear de “geração de calor” como sendo cossenoidal e dado por:

$$q'(z) = q'_{max} \cos\left(\frac{\pi z}{a_{vc}}\right) \quad (4.1)$$

onde z varia de $-a_{vc}/2$ a $a_{vc}/2$, chegamos à:

$$\dot{m} \frac{dh}{dz} = q'_{max} \cos\left(\frac{\pi z}{a_{vc}}\right)$$

Integrando essa equação em z , encontramos a variação espacial da entalpia do canal no estado estacionário:

$$h(z) = h_{in} + \frac{q'_{max} a_{vc}}{\pi \dot{m}} \left[\sin\left(\frac{\pi z}{a_{vc}}\right) + 1 \right] \quad (4.2)$$

Efetuando uma simulação empregando os parâmetros do BWR-5, presentes na Tabela 4, podemos comparar os dados encontrados por meio do programa ao alcançar o estacionário, com os encontrados através da equação (4.2).

Nesta simulação, além de serem adotados o mesmo perfil para a taxa linear de “geração de calor” que o fornecido pela equação (4.1) e os parâmetros da Tabela 4, ainda foram empregadas a equação (4.3) para a conversão da entalpia para a temperatura do CR, uma entalpia de entrada do canal (h_{in}) de $1,227\,399\,5 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1}$, e propriedades físicas e termo-hidráulicas constantes para o líquido refrigerante, os materiais da VC e os coeficientes de transferência de calor para os regimes de convecção forçada monofásica (h_c)

e ebulição em escoamento (h_{c2} e h_{NB}).

$$T_{\infty}(z,t) = T_{in} + \frac{h_{\infty}(z,t) - h_{in}}{Cp_0} \quad (4.3)$$

Também é importante ressaltar que a transferência de calor axial na VC foi ignorada, impondo $k_z = 0$, e todas as propriedades constantes foram obtidas através de médias, cujos resultados encontram-se na Tabela 9, de dados oriundos de uma simulação prévia com propriedades dependentes da temperatura e, portanto, decorrentes das correlações citadas nas seções 2.2.3, 2.3.2 e 2.4, tendo em vista as distribuições de temperatura na VC e no CR ao atingirem o estacionário.

Tabela 9 – Propriedades físicas e termo-hidráulicas constantes usadas na simulação do BWR-5 da estação nuclear Nine Mile Point

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$Cp_c(\text{J kg}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	315,904 98	$k_c(\text{W m}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	15,631 005
$Cp_f(\text{J kg}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	333,610 99	$k_f(\text{W m}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	3,127 050 3
$Cp_g(\text{J kg}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	$3,115 473 4 \cdot 10^3$	$k_g(\text{W m}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	$288,086 53 \cdot 10^{-3}$
$Cp_m(\text{J kg}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	$5,386 369 1 \cdot 10^3$	$\rho_m(\text{kg m}^{-3})$	740,959 66
$T_{sat}(^\circ\text{C})$	286,119 55	$h_c(\text{W m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	$18,641 889 \cdot 10^3$
$h_f(\text{J kg}^{-1})$	$1,268 979 8 \cdot 10^6$	$h_{c2}(\text{W m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	$18,641 889 \cdot 10^3$
$h_g(\text{J kg}^{-1})$	$2,772 177 8 \cdot 10^6$	$h_{NB}(\text{W m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	$36,959 192 \cdot 10^3$

Fonte: Produzido pelo autor.

Assumimos que foi necessário adotar $h_{c2} = h_c$, caso contrário a distribuição de entalpia apresentariam um distúrbio no ponto de transição entre os regimes de convecção forçada monofásica da fase líquida e ebulição sub-resfriada parcial. Sendo assim, h_{NB} , que de outra maneira possuiria o valor de $13,420 906 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, tornou-se o único responsável pela melhoria da transferência de calor na ebulição em escoamento, herdando por consequência a diferença entre os valores das médias legítimas encontradas para h_c ($18,641 889 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$) e h_{c2} ($42,180 175 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$).

As equações (4.2) e (4.1) foram calculadas tendo em vista os pontos (nós) resultantes da discretização na altura da VC e do CR, prática que propiciou a comparação entre os dados decorrentes dos cálculos e de nosso programa. Tal ação foi efetuada mediante as Figuras 16 e 17, nas quais plotamos, respectivamente, os resultados para a entalpia obtidos

por meio do programa e da equação (4.2), e o ERP entre as duas fontes de dados em relação a mesma grandeza.

Figura 16 – Gráfico das distribuições espaciais de entalpia no refrigerante ao alcançar o estacionário (verificação do estado estacionário do BWR-5)

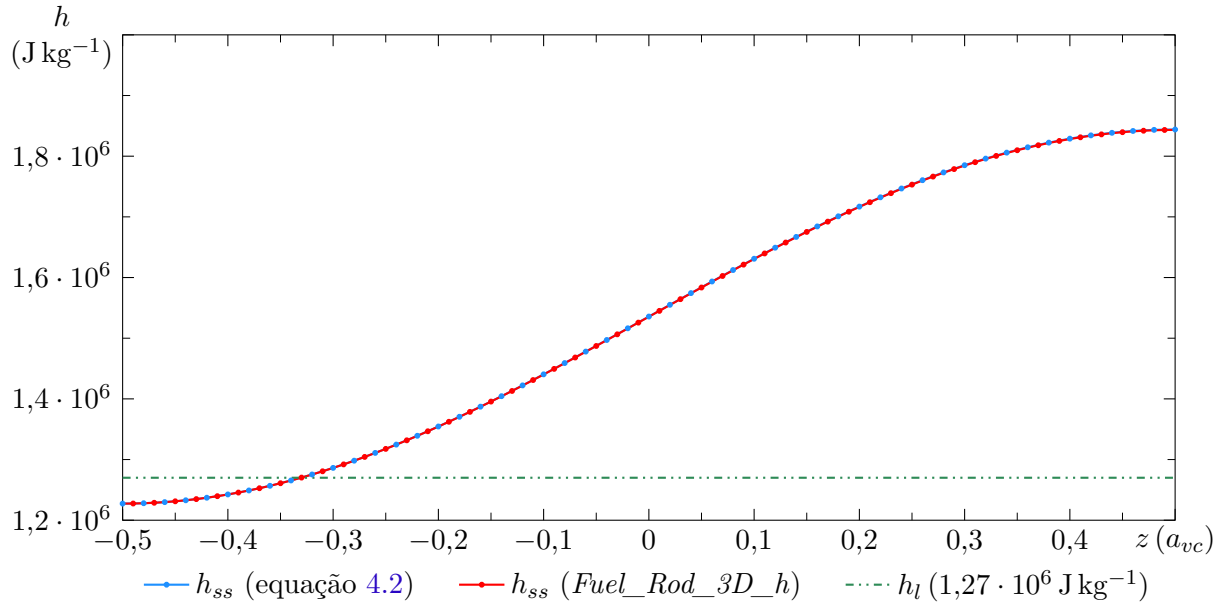
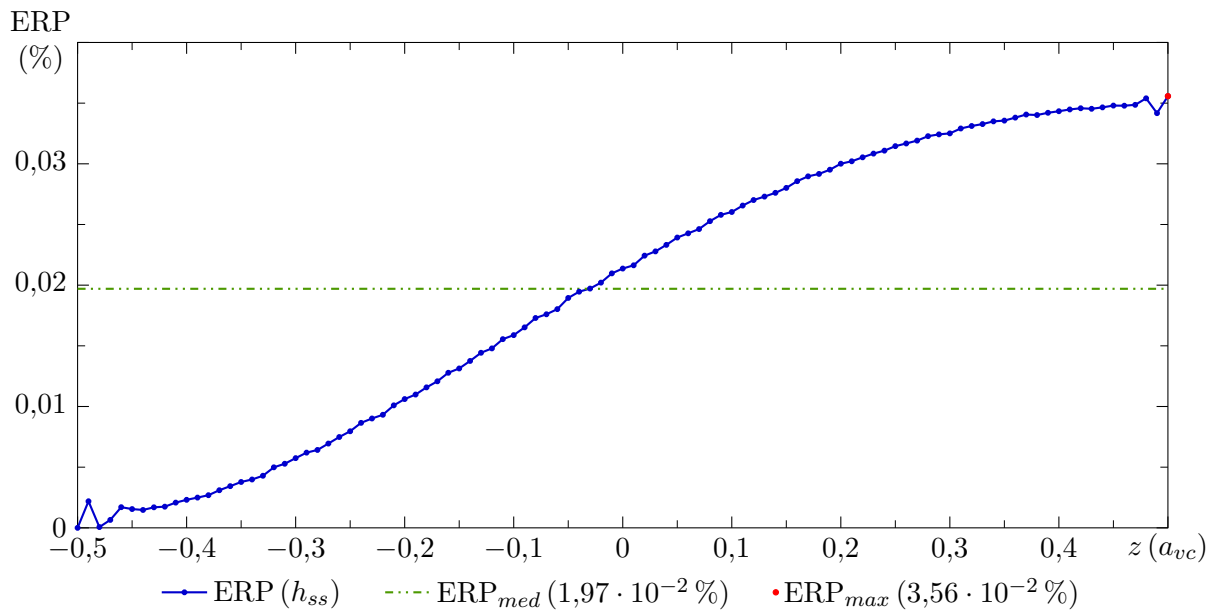


Figura 17 – Gráfico do erro relativo percentual entre as distribuições de entalpia ao alcançar o estacionário (verificação do estado estacionário do BWR-5)



Como podemos verificar na Figura 16, os resultados da simulação e da equação (4.2) praticamente se sobrepõem, existindo apenas uma pequena variação nos pontos mais

elevados do canal. Esta variação, de acordo com a [Figura 17](#), resulta em um [ERP](#) médio de $1,97 \cdot 10^{-2} \%$ e máximo de $3,56 \cdot 10^{-2} \%$. Atribuímos esses erros, em razão dos moderados valores dos mesmos, às aproximações dos métodos numéricos empregados para a discretização de nosso problema, e os assumimos como aceitáveis.

Concluimos, portanto, satisfatoriamente a verificação do estacionário de nosso programa através da comparação entre a distribuição de entalpia no [CR](#) por ele fornecida e aquela obtida mediante a solução analítica. Partiremos agora para a verificação das “iterações internas”.

4.2.3 [Affonso \(2013\)](#)

Por apresentar um método totalmente acoplado para a resolução da transferência de calor entre [VC](#) e [CR](#) no regime sub-resfriado do refrigerante, o programa *Fuel_Rod_3D* de [Affonso \(2013\)](#) pode ser adotado como referência para verificarmos o procedimento iterativo que empregamos no ajuste do fluxo de calor entre as equações de energia pertinentes, as “iterações internas”.

Sendo assim, comparamos os resultados de simulações que executamos por meio do programa *Fuel_Rod_3D* e o desenvolvido neste trabalho, o *Fuel_Rod_3D_h*, utilizando os mesmos dados que [Affonso \(2013\)](#) empregou em seus casos de verificação, parâmetros apresentados em exemplos de [Todreas e Kazimi \(1990\)](#) que se encontram reproduzidos na [Tabela 10](#).

Tabela 10 – Tabela dos parâmetros para verificação por meio do programa de [Affonso \(2013\)](#)

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$p(\text{Pa})$	$15,5 \cdot 10^6$	$p(\text{m})$	$12,6 \cdot 10^{-3}$
$T_{in}(\text{°C})$	286,0	$r_f(\text{m})$	$4,1 \cdot 10^{-3}$
$\dot{m}(\text{kg s}^{-1})$	0,341	$r_{ci}(\text{m})$	$4,18 \cdot 10^{-3}$
$q'_{max}(\text{W m}^{-1})$	$31,1 \cdot 10^3$	$r_{ce}(\text{m})$	$4,75 \cdot 10^{-3}$
$a_{vc}(\text{m})$	3,66		

Fonte: [Todreas e Kazimi \(1990, p. 581-582\)](#)

No que concerne a malha adotada, ela, assim como todas as deste trabalho, foi produzida por intermédio do software GID, encontrando-se detalhada na [Tabela 11](#).

Nas simulações efetuadas, igualmente ao realizado na seção de comparação com a

Tabela 11 – Tabela das características da malha referente à verificação por meio do programa de [Affonso \(2013\)](#)

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
Divisões na Altura	100	Divisões no Diâmetro	80
<u>Elementos</u>	629 700	<u>Nós</u>	110 975
no Combustível	456 527	no Combustível	81 613
no Gap	49 478	no Gap	16 417
no Revestimento	123 695	no Revestimento	29 105
na Superfície	16 000	na Superfície	8080
Lateral Externa		Lateral Externa	

Fonte: Produzido pelo autor.

solução analítica (4.2.2), ignoramos a condução de calor axial ($k_z = 0$) e consideramos propriedades físicas constantes, exibidas na [Tabela 12](#), obtidas por meio de [Affonso \(2013, p. 53\)](#), [Todreas e Kazimi \(1990, p. 582, 587\)](#) e uma simulação prévia (médias ante o estado estacionário).

Tabela 12 – Propriedades físicas e termo-hidráulicas constantes usadas na verificação por meio do programa de [Affonso \(2013\)](#)

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$Cp_c(\text{J kg}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	317,054	$k_c(\text{W m}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	13,85
$Cp_f(\text{J kg}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	312,709	$k_f(\text{W m}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	2,163
$Cp_g(\text{J kg}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	$3,116\,12 \cdot 10^3$	$k_g(\text{W m}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	$456,0 \cdot 10^{-3}$
$Cp_m(\text{J kg}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	$5,60 \cdot 10^3$	$\rho_m(\text{kg m}^{-3})$	704,2
$T_{sat}(^\circ\text{C})$	344,809 91	$h_c(\text{W m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	$34,0 \cdot 10^3$
$h_f(\text{J kg}^{-1})$	$1,630\,014\,9 \cdot 10^6$	$h_g(\text{J kg}^{-1})$	$2,596\,474\,0 \cdot 10^6$

Fonte: [Affonso \(2013, p. 53\)](#), [Todreas e Kazimi \(1990, p. 582, 587\)](#) e dados do autor.

Com os resultados das simulações, geramos as Figuras 18 e 19, as quais fornecem as distribuições espaciais de temperatura no refrigerante ao alcançar o estacionário e o ERP entre os dados fornecidos pelos dois programas analisados segundo essa grandeza.

Nestas imagens, vemos como as distribuições essencialmente se igualam, divergindo levemente em alguns pontos. Divergência que se traduz em um ERP médio de $2,93 \cdot 10^{-2} \%$ e máximo de $5,59 \cdot 10^{-2} \%$. Erros pequenos que se encontram na mesma ordem de grandeza dos encontrados na seção de verificação mediante a solução analítica (4.2.2).

[Affonso \(2013\)](#), em um caso de verificação, comparou resultados de seu programa

Figura 18 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura no refrigerante ao alcançar o estacionário (verificação mediante o programa de Affonso (2013))

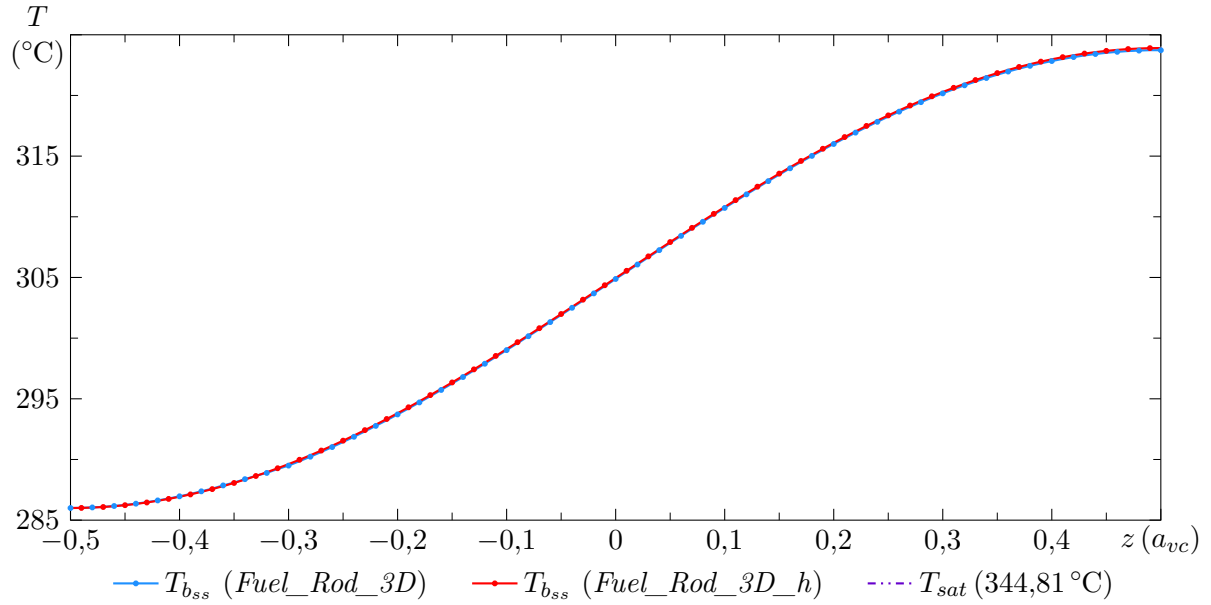
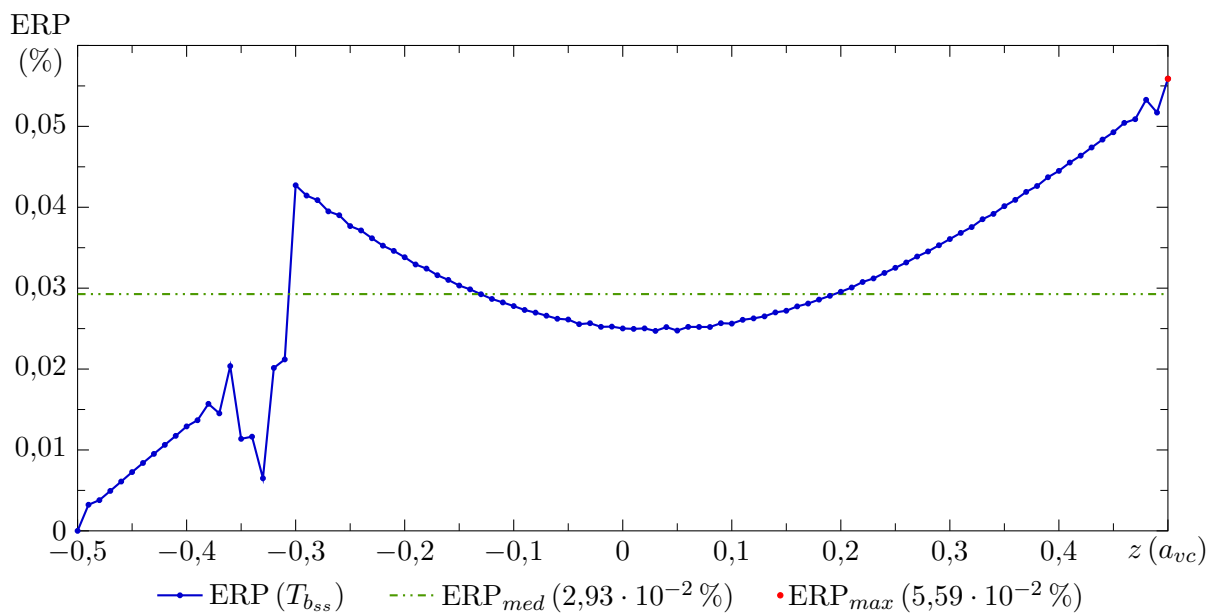


Figura 19 – Gráfico do erro relativo percentual entre as distribuições de temperatura no refrigerante ao alcançar o estacionário (verificação mediante o programa de Affonso (2013))



com dados de um exemplo de [Todreas e Kazimi \(1990\)](#) envolvendo a solução analítica das equações de energia de uma VC e seu CR no regime permanente. Tais dados consistem na temperatura do refrigerante na saída do canal — $T_{b_{sc}} = 324^\circ\text{C}$ ([TODREAS; KAZIMI, 1990](#), p. 581) — e a temperatura máxima na linha de centro do combustível da vareta — $T_{fc} = 1735,3^\circ\text{C}$ ([TODREAS; KAZIMI, 1990](#), p. 588).

Deste modo, devido a não utilizamos a mesma malha que [Affonso \(2013\)](#), decidimos confrontar os resultados alcançados pelas simulações desta seção com os mesmos valores de temperatura que ele assume como referência. Prática que nos forneceu a [Tabela 13](#), a qual mostra como obtivemos valores muito próximos aos de [Todreas e Kazimi \(1990\)](#), com ERPs inferiores a $8,5 \cdot 10^{-2} \%$ segundo o programa *Fuel_Rod_3D* e $3,0 \cdot 10^{-2} \%$ conforme o *Fuel_Rod_3D_h*.

Tabela 13 – Tabela de comparação com os resultados analíticos de [Todreas e Kazimi \(1990\)](#)

		Valor Obtido	Todreas e Kazimi (1990)	ERP
$T_{b_{sc}}$	<i>Fuel_Rod_3D</i>	323,73 °C	324 °C	$8,33 \cdot 10^{-2} \%$
	<i>Fuel_Rod_3D_h</i>	323,91 °C		$2,78 \cdot 10^{-2} \%$
T_{fc}	<i>Fuel_Rod_3D</i>	1735,63 °C	1735,3 °C	$1,90 \cdot 10^{-2} \%$
	<i>Fuel_Rod_3D_h</i>	1735,65 °C		$2,02 \cdot 10^{-2} \%$

Fonte: [Affonso \(2013\)](#), [Todreas e Kazimi \(1990](#), p. 581, 588) e dados do autor.

Em vista das baixas diferenças apresentadas nas comparações desta seção, assumimos que as “iterações internas” estão devidamente verificadas e avançaremos à validação do regime de ebulição em escoamento por meio do trabalho de [Krepper et al. \(2007\)](#).

4.2.4 [Krepper et al. \(2007\)](#)

O trabalho de [Krepper et al. \(2007\)](#) consiste na implementação de modelos para o regime de ebulição sub-resfriada no software CFX[®] ([ANSYS, 2016](#)) da ANSYS[®], com o propósito de investigar a capacidade que a fluido dinâmica computacional possui de contribuir para o projeto de elementos combustíveis, com ênfase no aperfeiçoamento do fluxo de calor e na prevenção do CHF.

Como caso de validação, [Krepper et al. \(2007\)](#) faz uma simulação usando os dados de um experimento de [Bartolomej e Chanturiya \(1967](#) apud [KREPPER et al., 2007](#), p. 723),

que consiste em um fluxo ascendente de água através de um tubo circular aquecido de 2,0 m de comprimento e diâmetro interno de $15,4 \cdot 10^{-3}$ m. Além disso, o experimento apresenta um fluxo de calor uniforme de $5,7 \cdot 10^5 \text{ W m}^{-2}$, fluxo mássico de $900,0 \text{ kg s}^{-1} \text{ m}^{-2}$ e pressão de $4,5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$. Krepper et al. (2007) adotou ainda uma geometria cilíndrica bidimensional e uma temperatura de entrada 58,2 K abaixo da temperatura de saturação da água para que o título de equilíbrio fosse igual a zero na altura de 1,75 m do tubo.

Utilizaremos essa simulação de Krepper et al. (2007) e os dados experimentais de Bartolomej e Chanturiya (1967 apud KREPPER et al., 2007, p. 723) para verificarmos a validade de nossos resultados no regime de ebulição em escoamento. Para isso fizemos uma adaptação, transformando o tubo aquecido em uma VC, o que nos possibilitou converter os parâmetros apresentados acima em variáveis propícias ao presente trabalho (cálculos e maiores detalhes presentes no Apêndice G), como resultado obtivemos a Tabela 14.

Tabela 14 – Tabela dos parâmetros do caso de validação de Krepper et al. (2007)

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$p(\text{Pa})$	$4,5 \cdot 10^6$	$p(\text{m})$	$19,30104 \cdot 10^{-3}$
$T_{in}(\text{°C})$	$T_{sat} - 58,2$	$r_f(\text{m})$	$7,06 \cdot 10^{-3}$
$\dot{m}(\text{kg s}^{-1})$	0,1676	$r_{ci}(\text{m})$	$7,1 \cdot 10^{-3}$
$q'_{max}(\text{W m}^{-1})$	$27,5769 \cdot 10^3$	$r_{ce}(\text{m})$	$7,7 \cdot 10^{-3}$
$a_{vc}(\text{m})$	2,0		

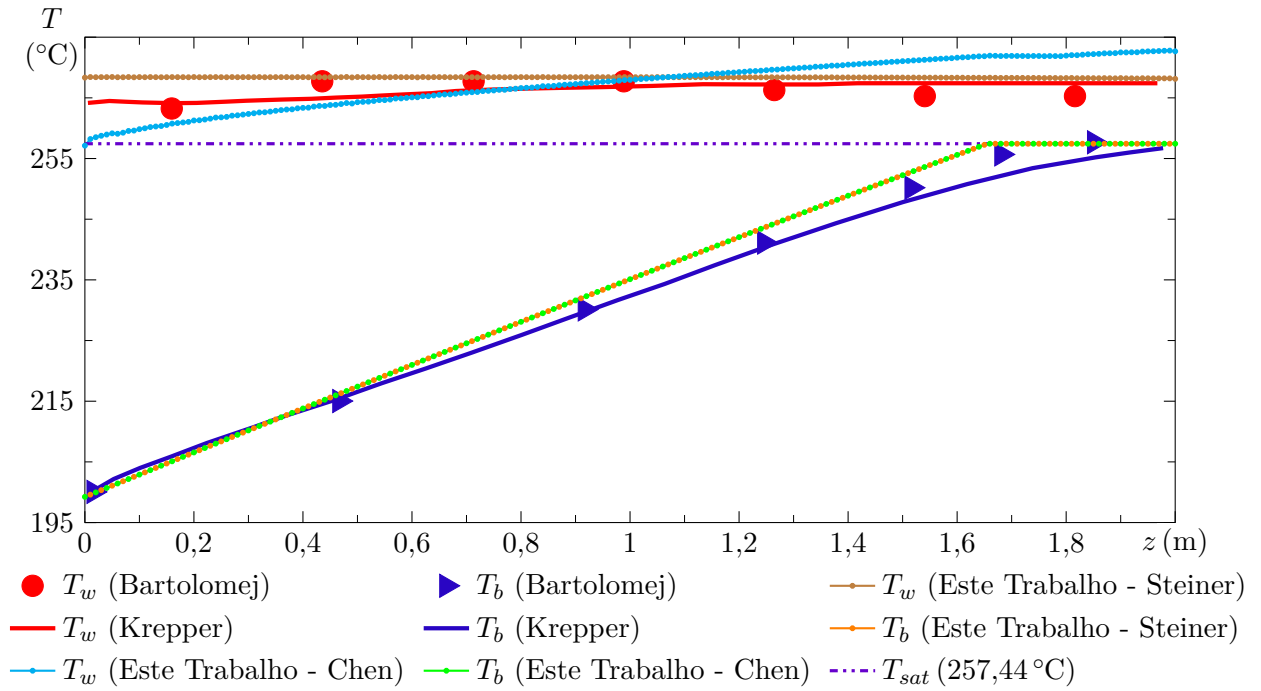
Fonte: Krepper et al. (2007, p. 723)

Como malha para essa verificação, adotamos uma produzida através do software GID, cujos parâmetros se encontram na Tabela 15.

Tomando como base os parâmetros da Tabela 14 executamos duas simulações, uma empregando a correlação de Chen (2.12), e outra a de Steiner e Taborek (2.13). Com os dados obtidos e os resultados de Krepper et al. (2007) — extraídos através da digitalização, por meio do programa Origin® (ORIGINLAB, 2016) da OriginLab®, do gráfico pertinente presente em seu trabalho, e convertidos para a escala Celsius — chegamos às Figuras 20 e 21 que consistem em gráficos para as temperaturas no refrigerante e nas superfícies da VC e do tubo, e para a fração de vazio no primeiro.

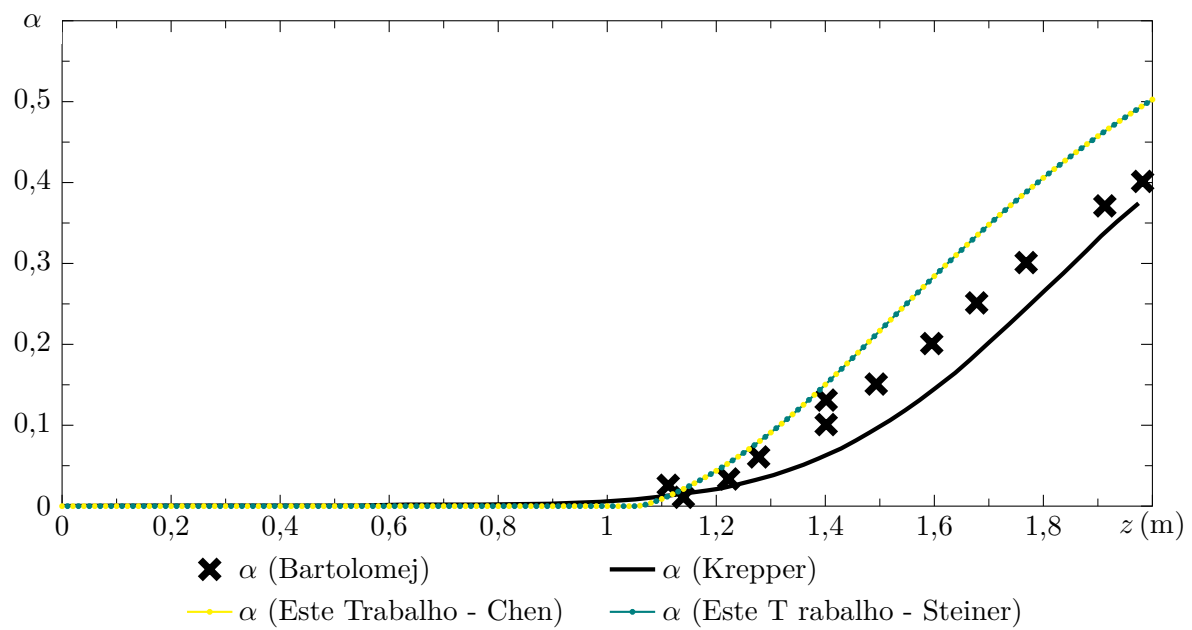
Observamos através destas figuras que a escolha entre as duas correlação aplicáveis não causa alteração nas distribuições de temperatura no refrigerante ou nas de fração de

Figura 20 – Gráfico das temperaturas na validação por meio de Krepper et al. (2007)



Fonte: Krepper et al. (2007) com dados sobrepostos do autor.

Figura 21 – Gráfico da fração de vazio na validação por meio de Krepper et al. (2007)



Fonte: Krepper et al. (2007) com dados sobrepostos do autor.

Tabela 15 – Tabela das características da malha referente a vareta combustível fictícia gerada para o caso de verificação mediante o trabalho de [Krepper et al. \(2007\)](#)

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
Divisões na Altura	200	Divisões no Diâmetro	80
<u>Elementos</u>	657 442	<u>Nós</u>	119 695
no Combustível	510 896	no Combustível	92 265
no Gap	62 636	no Gap	21 123
no Revestimento	83 910	no Revestimento	27 428
na Superfície	32 000	na Superfície	16 080
Lateral Externa		Lateral Externa	

Fonte: Produzido pelo autor.

vazio, pois, em razão das aproximações adotadas na modelagem do [CR](#), a temperatura do refrigerante depende essencialmente da “geração de calor” na [VC](#) e a temperatura desta não condiciona a correlação empregada para a fração de vazio ([Chexal-Lellouche 2.15](#)).

Contudo, como mais importante, verificamos que os resultados obtidos através do código desenvolvido apresentam diferenças em relação aos encontrados em [Krepper et al. \(2007\)](#), sobretudo os que concernem à fração de vazio, cujos valores se apresentam superestimados, e aqueles ligados a correlação de Chen e referentes à temperatura na superfície externa da [VC](#), que diferem tanto nas alturas inferiores quanto nas superiores.

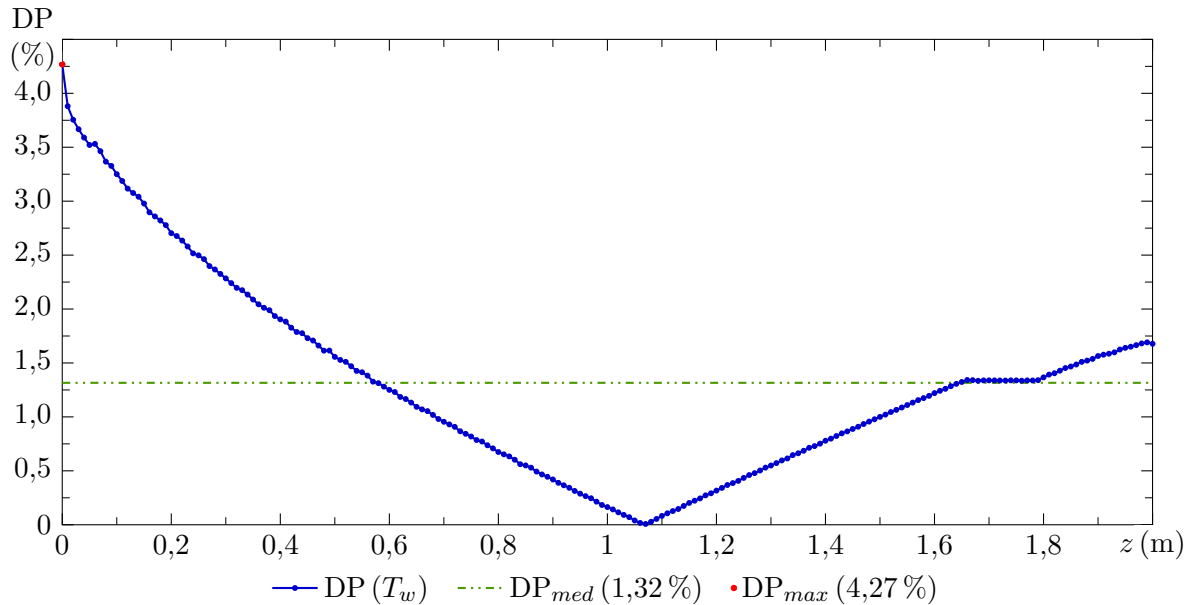
Já as temperaturas obtidas por meio da correlação de Steiner e Taborek exibem maior similitude com as de [Krepper et al. \(2007\)](#) nas posições mais elevadas, e as do refrigerante são as que apresentam a menor discrepância média entre os estudos, especialmente quanto aos dados experimentais.

Ainda que os dados aqui obtidos sejam distintos daqueles oriundos dos estudos de [Krepper et al. \(2007\)](#) e [Bartolomej e Chanturiya \(1967 apud KREPPER et al., 2007, p. 723\)](#), devemos lembrar que os dois últimos aludem a análises de troca de calor em tubos circulares aquecidos, e mesmos com os esforços empreendidos para adaptar suas características naquelas favoráveis a este trabalho, especificidades são indubitavelmente perdidas e com elas a acurácia das análises.

Não obstante, os resultados alcançados não apresentam discordâncias gritantes que indiquem a inviabilidade do uso das metodologias adotadas, mostrando, inclusive, certa congruência entre as correlações de Chen e de Steiner e Taborek, que exibiram uma

diferença percentual (DP^{28}) máxima de 4,27 % e média de 1,32 %, [Figura 22](#), valores aceitáveis, considerando a origem experimental das mesmas.

Figura 22 – Gráfico da diferença percentual entre as distribuições de temperatura na superfície externa da vareta combustível fictícia da validação [Krepper et al. \(2007\)](#), segundo as correlações de Chen e de Steiner e Taborek



Fonte: Produzido pelo autor.

Deste modo, finalizamos a validação mediante o estudo de [Krepper et al. \(2007\)](#) e denotamos que as modelagens aplicadas neste trabalho propiciam, ao menos, indícios sobre o verdadeiro comportamento dos fenômenos abordados, favorecendo uma melhor compreensão dos mesmos.

4.2.5 Correlações de Chen e de Steiner e Taborek

Como exposto na seção anterior, as metodologias empregadas neste trabalho não apresentam resultados demasiadamente distintos daqueles do estudo usado para verificá-las. Não apenas isso, a verificação estabeleceu coerência entre as correlações que podem ser adotadas para a transferência de calor no regime de ebulição em escoamento. Contudo, resta evidente que as circunstâncias do teste de verificação diferem das quais de fato lidaremos em nossos estudos.

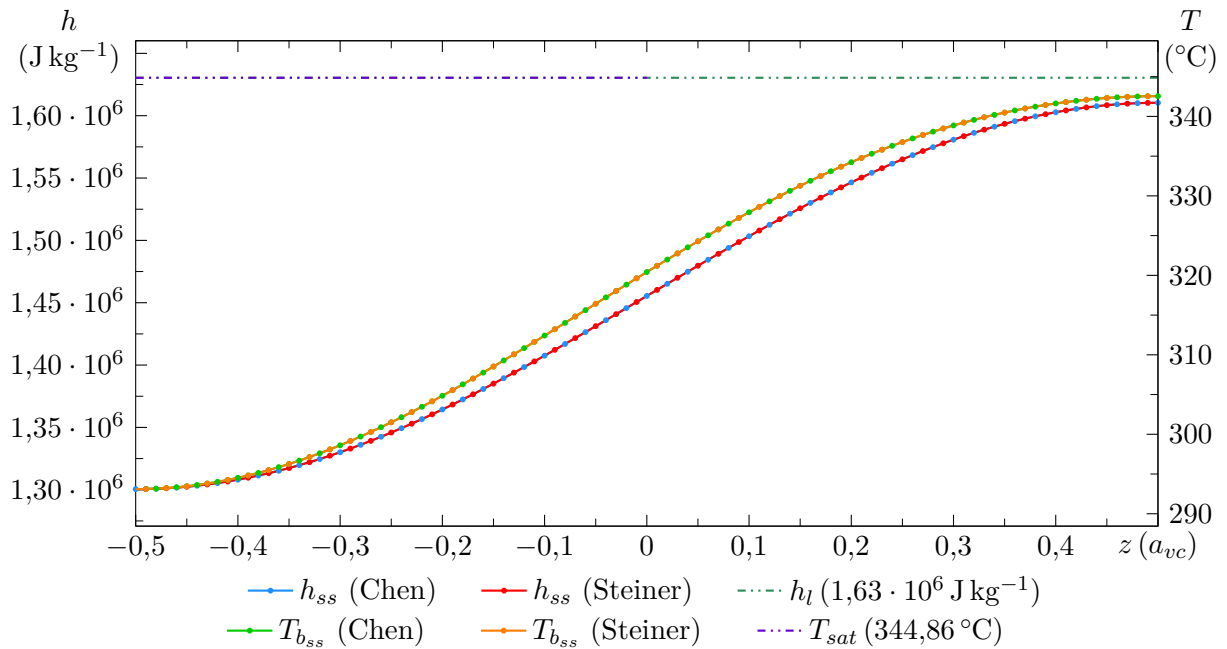
Diante disso, serão apresentadas neste espaço comparações entre as simulações que adotam os dados do reator da estação nuclear de Seabrook, [Tabela 6](#), e empregam a

²⁸neste trabalho definimos como DP a diferença percentual média absoluta calculada por meio de: $2 \cdot |\text{Valor 1} - \text{Valor 2}| / (\text{Valor 1} + \text{Valor 2}) \cdot 100\%$

correlação de Chen (Caso Chen), equação (2.12), e a de Steiner e Taborek (Caso Steiner), equação (2.13). Pois, nos baseando na coerência estabelecida entre as citadas correlações sob as condições do teste de verificação, almejamos, por associação, fornecer indícios de verossimilhança aos resultados deste trabalho.

Dando início à averiguação, observamos pelas Figuras 23 e 24, referentes às distribuições de entalpia, temperatura e DP dos Casos Chen e Steiner, que as correlações abordadas não exercem grande influência sobre o refrigerante, visto que as distribuições essencialmente se sobrepõem, apresentando uma DP máxima de $2,26 \cdot 10^{-3} \%$.

Figura 23 – Gráfico das distribuições espaciais de entalpia e temperatura do refrigerante ao alcançar o estacionário (Casos Chen e Steiner)

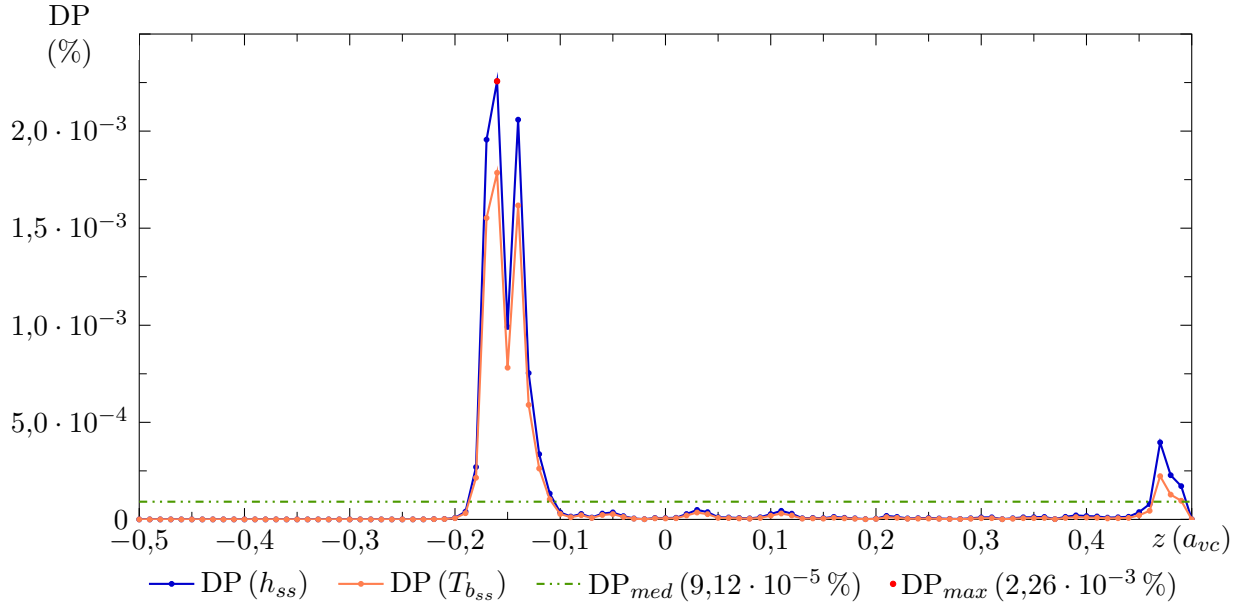


Fonte: Produzido pelo autor.

Já na Figura 25, verificamos que, diferente da suave conectividade demonstrada pela correlação de Chen, a de Steiner e Taborek causa um súbito aumento de temperatura na superfície externa do revestimento. Comportamento este diferente do esperado, pois ele insinua que o início do regime de PSB causa uma diminuição no fluxo de calor entre a VC e o CR, contrariando o que é conhecido sobre esse regime.

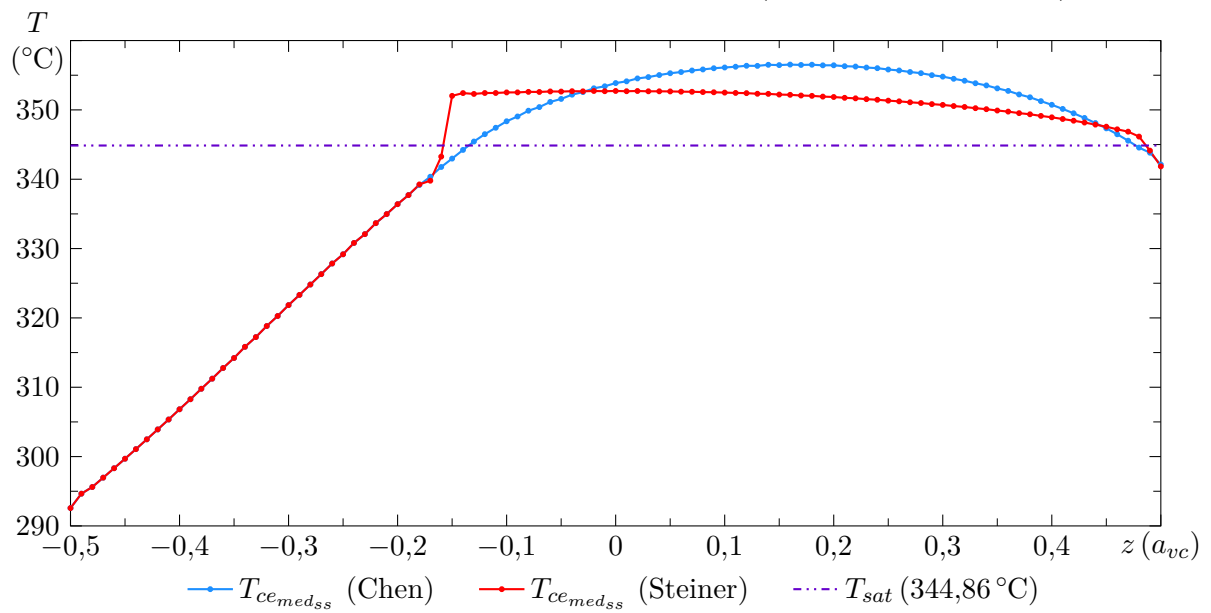
Vemos também na Figura 25 que a temperatura de acordo com a correlação Steiner e Taborek, após sofrer o repentino aumento, assume uma conduta aproximadamente linear. Segundo a qual, o valor máximo apresentado pela temperatura é menor do que o alcançado conforme a correlação de Chen.

Figura 24 – Gráfico da diferença percentual entre as distribuições espaciais de entalpia e temperatura do refrigerante ao alcançar o estacionário (Casos Chen e Steiner)



Fonte: Produzido pelo autor.

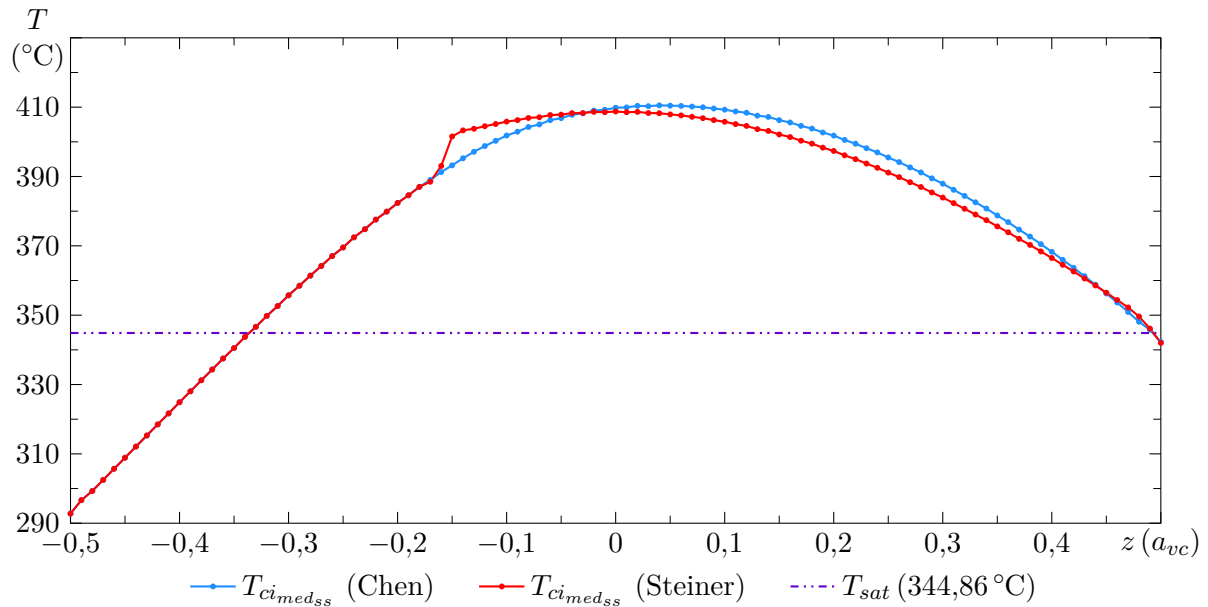
Figura 25 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura média na superfície externa do revestimento ao alcançar o estacionário (Casos Chen e Steiner)



Fonte: Produzido pelo autor.

Em decorrência do comportamento observado na Figura 25, um aumento equivalente de temperatura se sucede na superfície interna do revestimento, Figura 26, sendo um grau inferior da mesma exibido nas alturas subsequentes.

Figura 26 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura média na superfície interna do revestimento ao alcançar o estacionário (Casos Chen e Steiner)



Fonte: Produzido pelo autor.

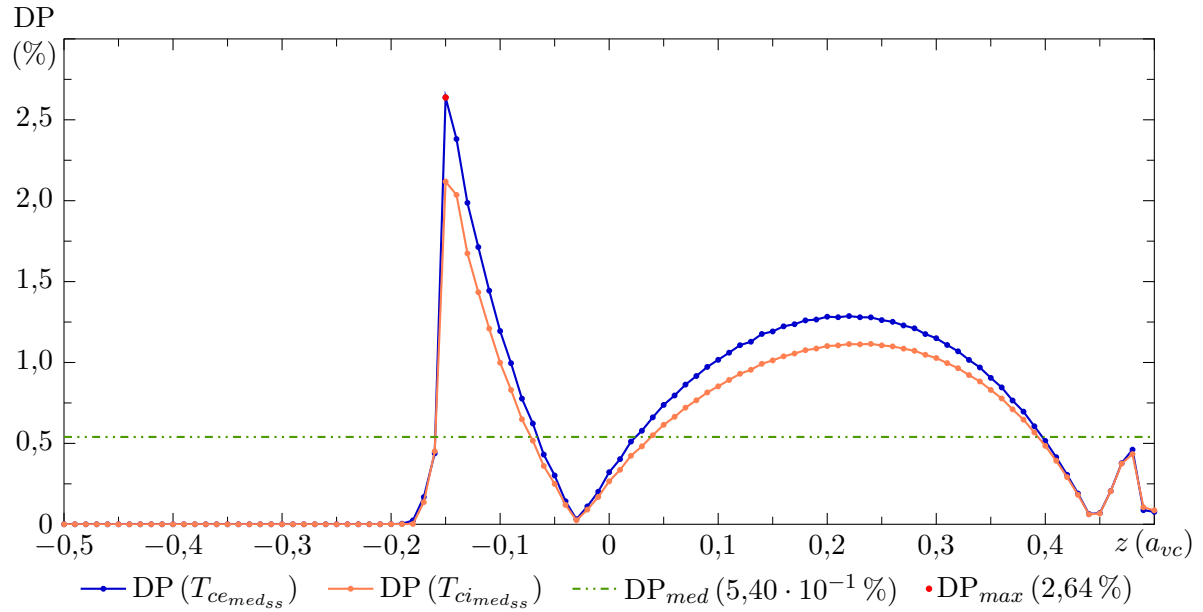
Ainda assim, a DP máxima entre as distribuições decorrentes das duas correlações, Figura 27, não passa de 2,64 % nos locais mencionados, uma diferença inexpressiva considerando que elas são correlações experimentais e, por conseguinte, apresentam um significativo erro intrínseco.

Na Figura 28 vemos como o efeito que surge nas distribuições de temperatura, devido ao uso da correlação de Steiner e Taborek, é atenuado ao adentrarmos na VC. Circunstância especialmente evidenciada pelas distribuições de DP apresentadas no combustível, Figura 29, as quais não exibem divergência superior a 0,8 %.

À vista de uma DP abaixo de 3,0 %, concluímos que a congruência entre as correlações de Chen e de Steiner e Taborek persiste nas condições atinentes a este trabalho. Sucedido que, associado às conclusões da seção de verificação por meio do trabalho de Krepper et al. (2007), confere indícios de plausibilidade aos estudos presentes no Capítulo 5.

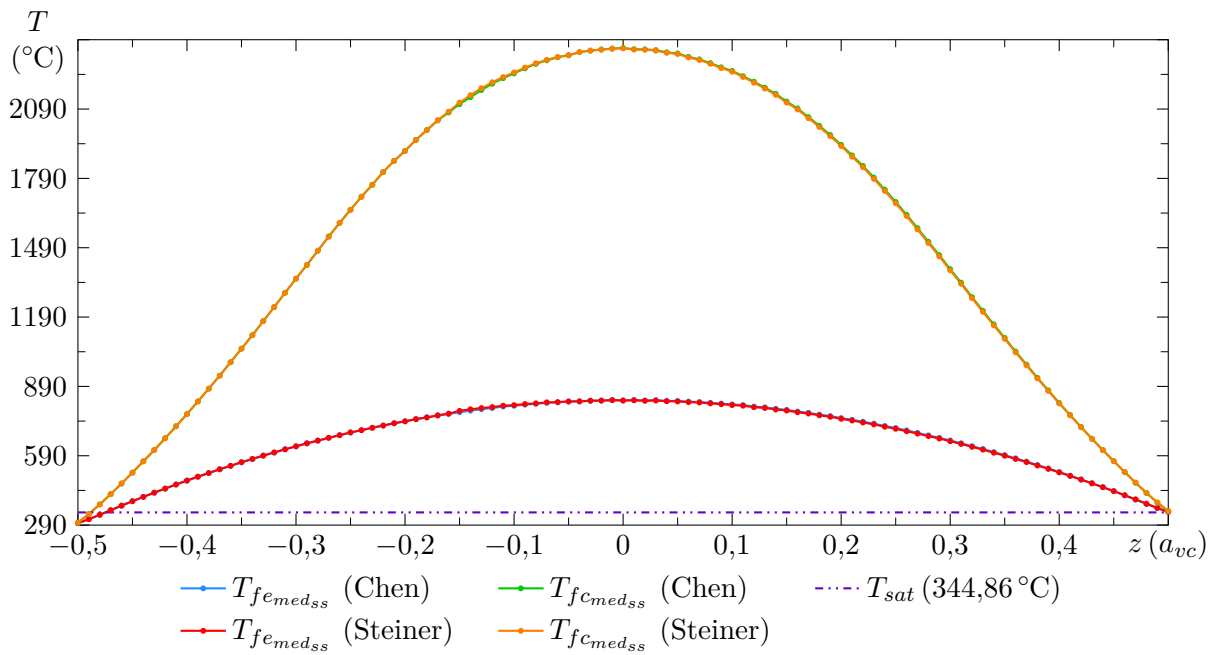
Nada mais constando, por aspirarmos prevenir eventuais instabilidades no código em razão da abrupta elevação de temperatura causada pela correlação de Steiner e Taborek, e sabendo que tal comportamento não condiz com o esperado, adotaremos somente a de

Figura 27 – Gráfico da diferença percentual entre as distribuições espaciais de temperatura nas superfícies externas e internas do revestimento ao alcançar o estacionário (Casos Chen e Steiner)



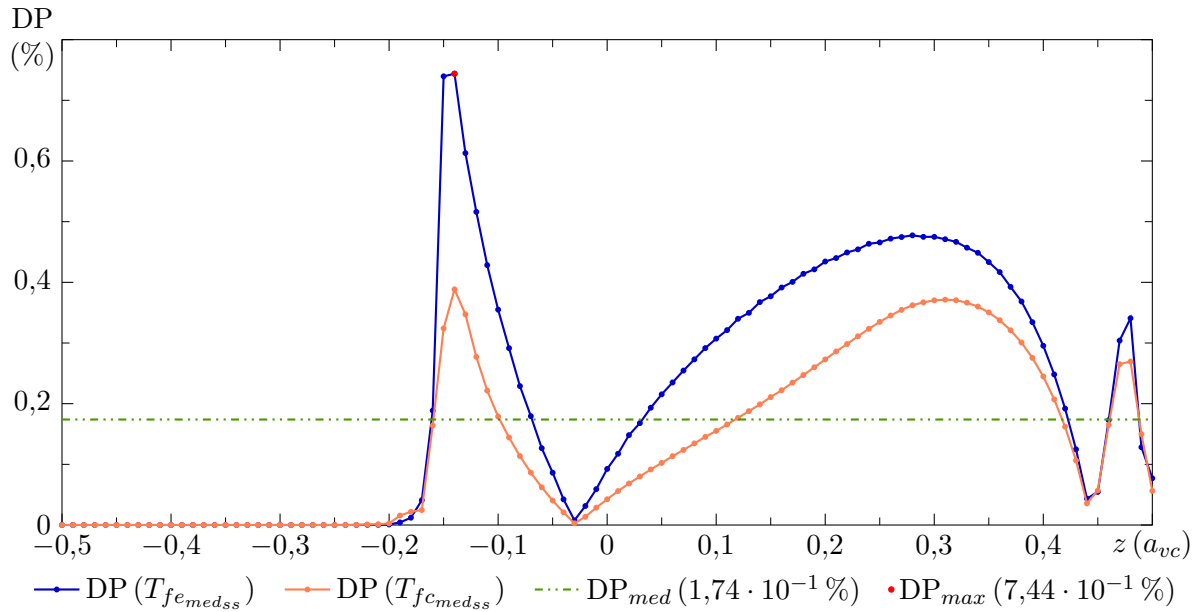
Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 28 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura no centro e na superfície externa do combustível (média) ao alcançar o estacionário (Casos Chen e Steiner)



Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 29 – Gráfico da diferença percentual entre as distribuições espaciais de temperatura nos centros e nas superfícies externas do combustível ao alcançar o estacionário (Casos Chen e Steiner)



Fonte: Produzido pelo autor.

Chen para os posteriores estudos de caso.

4.2.6 Correlações da IAPWS-IF97 e o Código NBSNRCE

Neste trabalho, como referido na [subseção 2.3.2](#), duas fontes de correlações podem ser empregadas para o cálculo das propriedades físicas do refrigerante: as rotinas do código [NBSNRCE](#) e as formulações da [IAPWS](#). Sendo assim, compararemos aqui os resultados obtidos mediante o uso de cada uma delas (Casos [NBSNRCE](#) e [IAPWS-IF97](#)). Contudo, devemos primeiro denotar que mesmo o caso no qual são utilizadas as rotinas do código [NBSNRCE](#), adota-se a correlação para conversão entre entalpia e temperatura da [IAPWS-IF97](#).

As comparações desta seção consideram os dois principais estágios contemplados neste trabalho: o estado estacionário e o transiente de desligamento, os quais serão especificados de maneira mais apropriada no [Capítulo 5](#), referente aos estudos de caso.

Quanto aos dados obtidos para o estado estacionário, eles são representados pelas Figuras [30](#), [31](#) e [32](#), que se referem, respectivamente, às distribuições espaciais de entalpia no [CR](#), de temperatura nele e na [VC](#), e de [ERP](#) entre os casos para cada um dos locais averiguados.

Conforme o exposto por estas figuras, as distribuições não apresentam notáveis

Figura 30 – Gráfico das distribuições espaciais de entalpia do refrigerante ao alcançar o estacionário (Casos NBSNRCE e IAPWS-IF97)

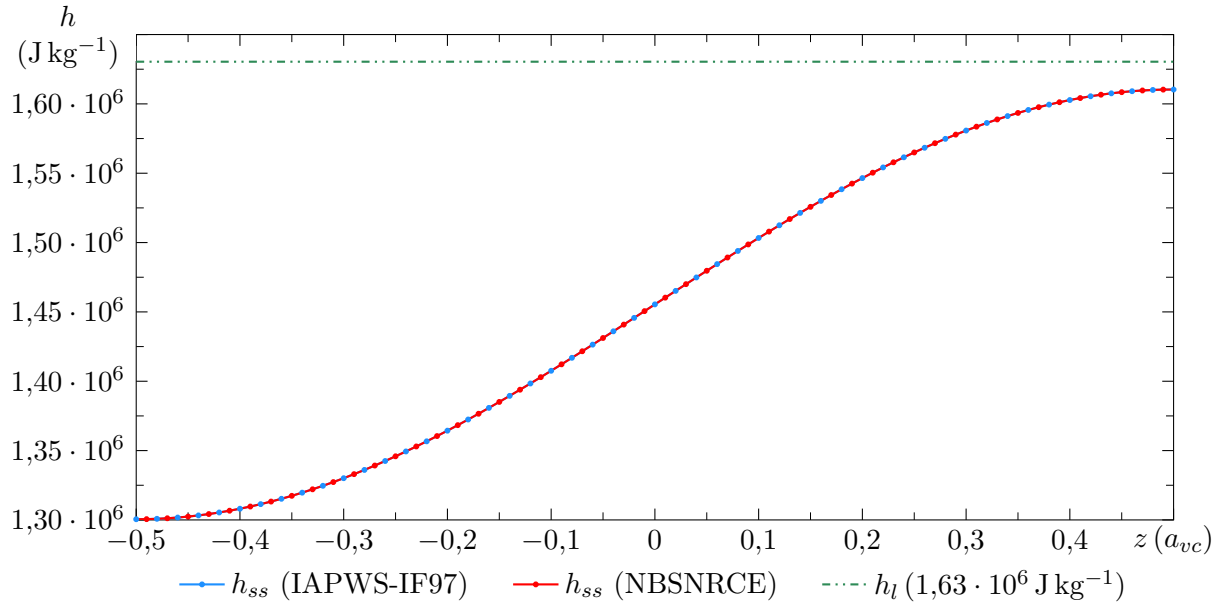


Figura 31 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura nas superfícies da vareta (médias), no centro do combustível e no canal ao alcançar o estacionário (Casos NBSNRCE e IAPWS-IF97)

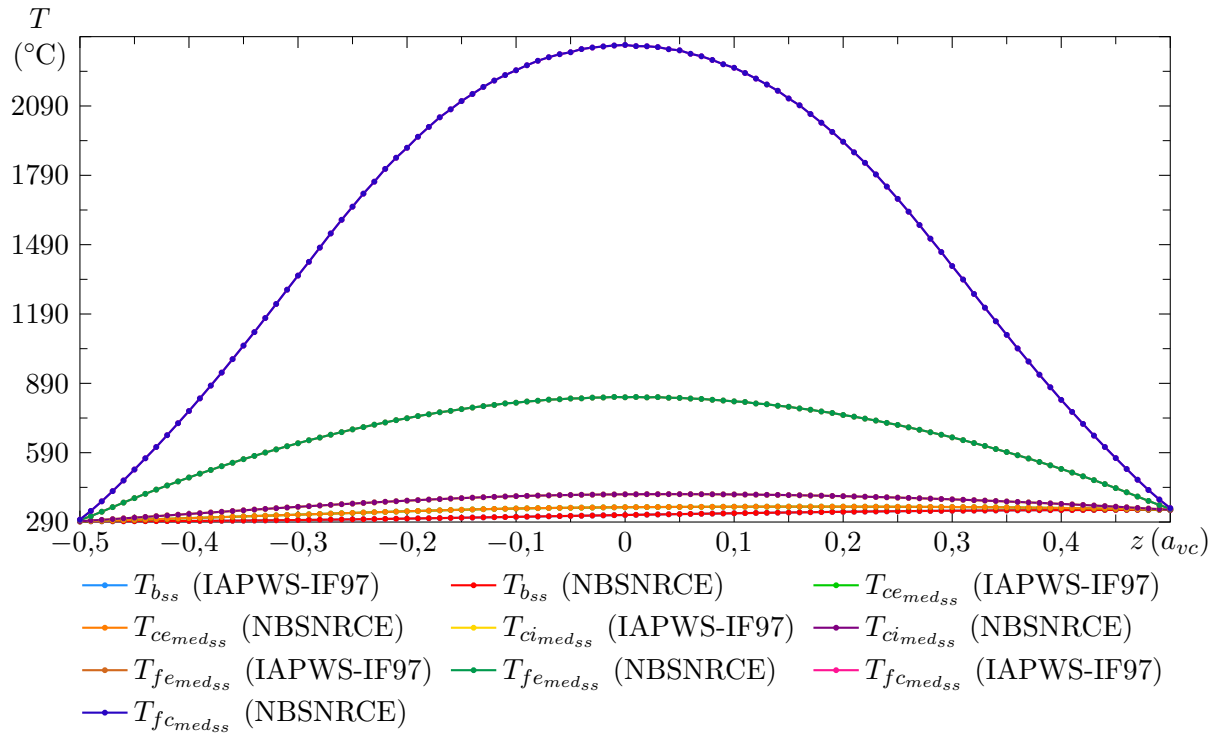
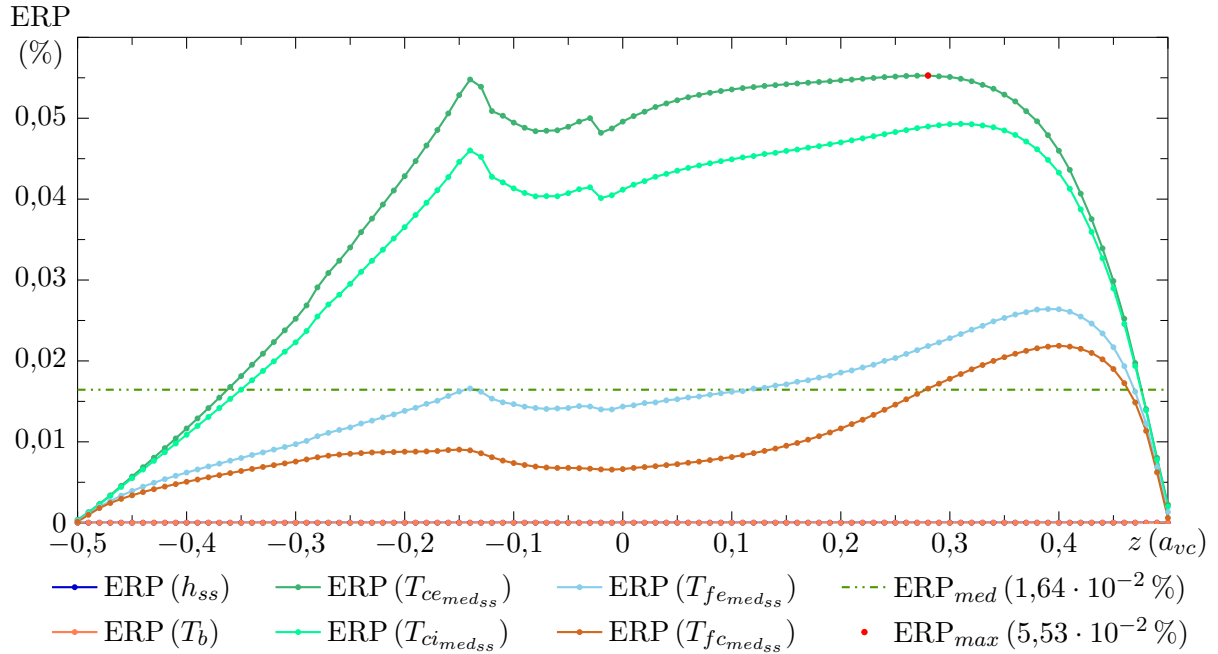


Figura 32 – Gráfico do erro relativo percentual entre as distribuições espaciais dos Casos NBSNRCE e IAPWS-IF97 ao alcançar o estacionário



Fonte: Produzido pelo autor.

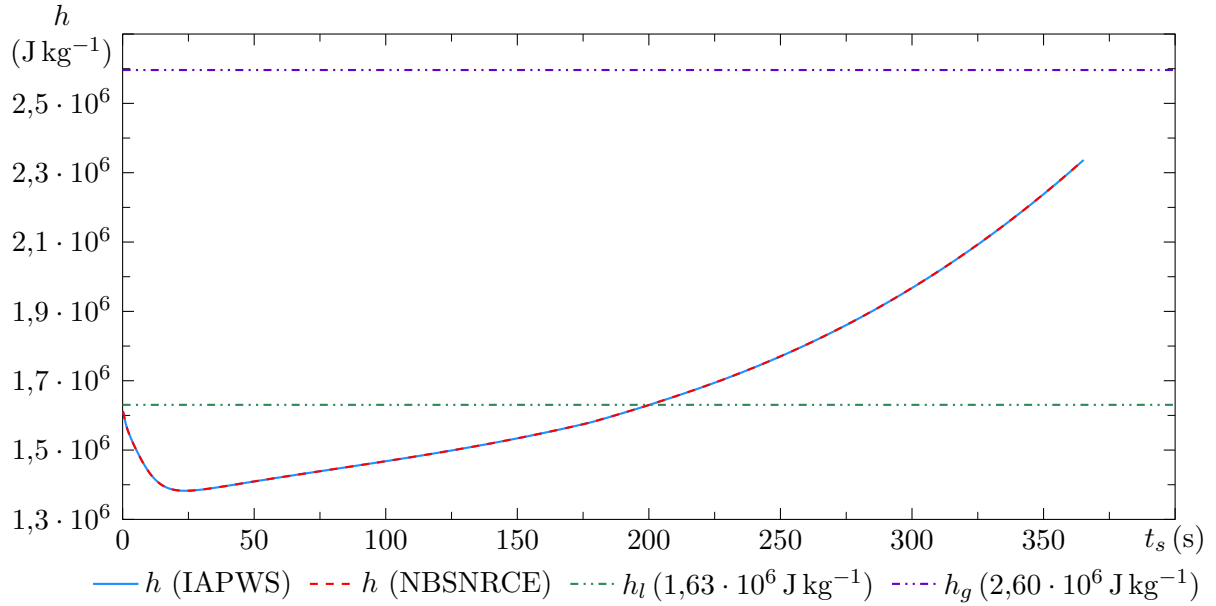
diferenças entre os casos apreciados no que concerne ao estacionário, tendo em vista que elas se sobrepõem e o diminuto ERP máximo exibido, $5,53 \cdot 10^{-2} \%$.

No que tange ao estudo do transiente de desligamento, obtivemos como resultado as Figuras 33, 34 e 35, referentes as evoluções temporais de entalpia no CR , temperatura média na superfície lateral externa da VC e ERP entre os casos segundo as respectivas grandezas, sendo a altura da saída do canal o local em que os dados foram tomados.

Como podemos observar, os casos analisados apresentam pouca divergência entre si, manifestando um ERP máximo de $3,62 \cdot 10^{-2} \%$. Resultado que demonstra a alta similitude entre as duas fontes de correlações examinadas e nos viabiliza escolher qual empregar sem risco de infligirmos deméritos às análises.

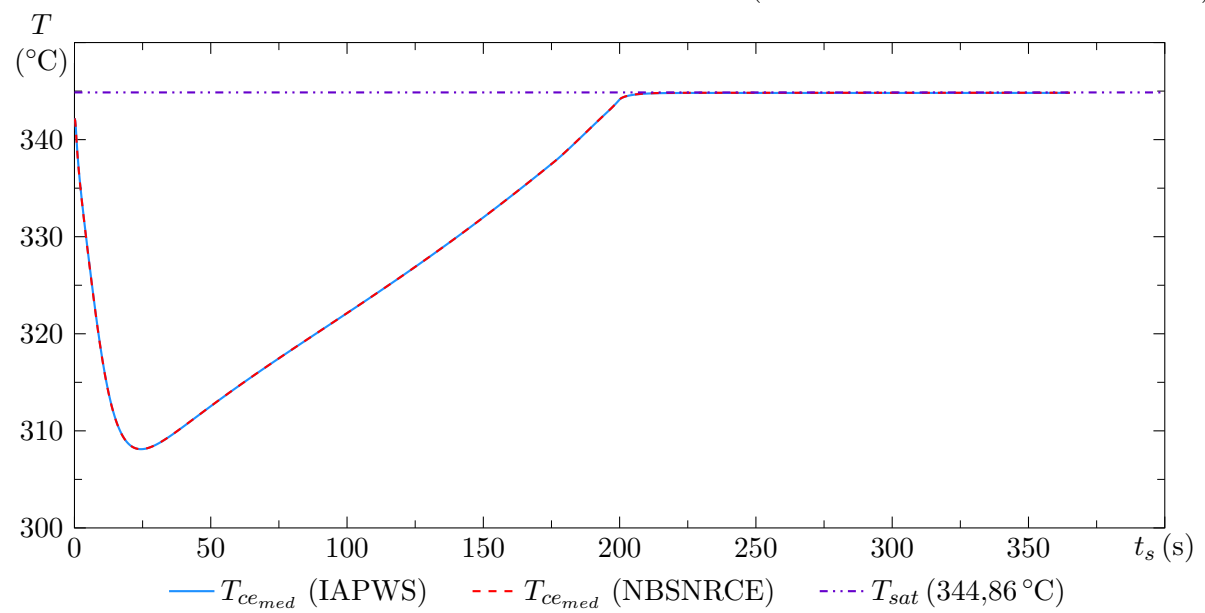
Um último detalhe importante dessas simulações é o tempo necessário para que elas finalizem. Enquanto a do desligamento do Caso NBSNRCE consumiu 43 h para concluir, a do Caso IAPWS-IF97 demandou 67 h. Desse modo, como a escolha entre as duas fontes de correlações para as propriedades física do refrigerante provoca uma negligenciável diferença entre os resultados dos casos analisados, e a simulação que faz uso das rotinas do código NBSNRCE requer um tempo consideravelmente menor para ser completada, doravante empregaremos apenas estas rotinas nos estudos de caso.

Figura 33 – Gráfico das evoluções temporais de entalpia do refrigerante na saída do canal (Casos NBSNRCE e IAPWS-IF97)



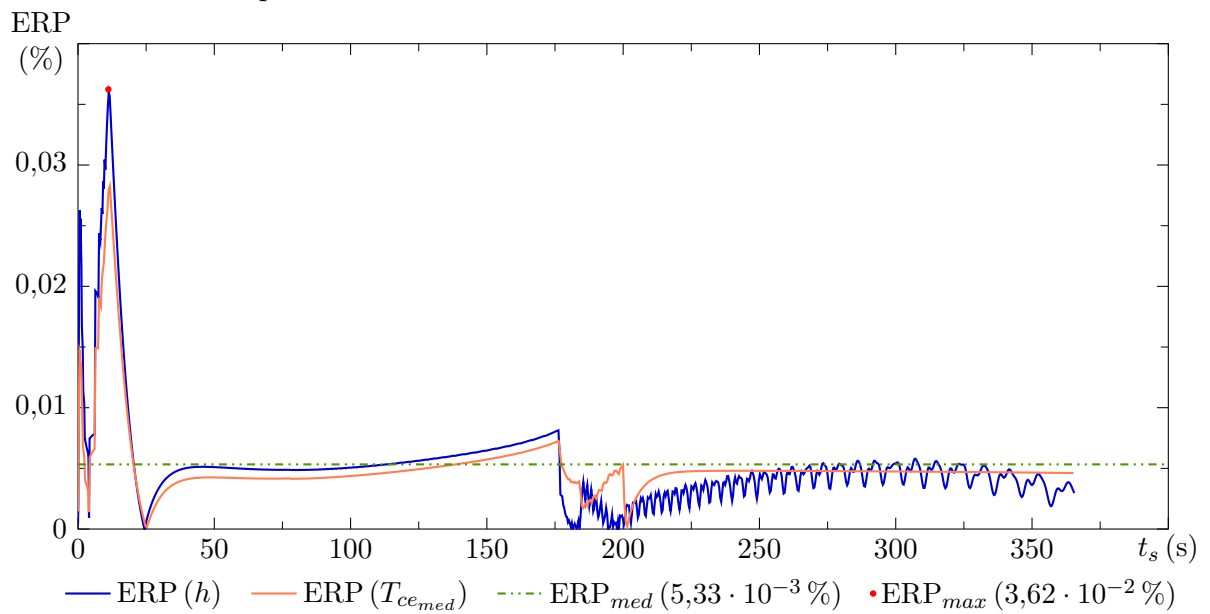
Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 34 – Gráfico das evoluções temporais de temperatura média na superfície externa do revestimento na altura da saída do canal (Casos NBSNRCE e IAPWS-IF97)



Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 35 – Gráfico do erro relativo percentual entre as evoluções temporais de temperatura e entalpia dos Casos NBSNRCE e IAPWS-IF97



Fonte: Produzido pelo autor.

5 Estudos de Caso

Os estudos de caso presentes neste capítulo consistem no estado estacionário e em simulações do transiente de desligamento, no qual ocorre a perda do sistema de remoção de calor residual (parada de bomba), do PWR da estação nuclear de Seabrook, referido na seção 4.2.

Tais estudos possuem como objeto de interesse a VC com a maior “geração de calor” do reator especificado, e abrangem casos em que ela pode se encontrar em um de três estados: perfeita, curvada ou apresentando *ballooning*. Análises também são efetuadas considerando duas condições de posicionamento do combustível no interior da vareta: concêntrico ou excêntrico. Todos esses estudos são esquematizados pela Tabela 16:

Tabela 16 – Tabela representativa dos estudos de caso

Condição do Combustível	Estado da Vareta Combustível		
	Perfeita	Curvada	Com <i>Ballooning</i>
Concêntrico	Caso 1	Caso 3	Casos 4.1, 4.2 e 4.3
Excêntrico	Caso 2

Fonte: Produzido pelo autor.

Nota: Os índices .1, .2 e .3 designam dimensões diferentes de *ballooning*.

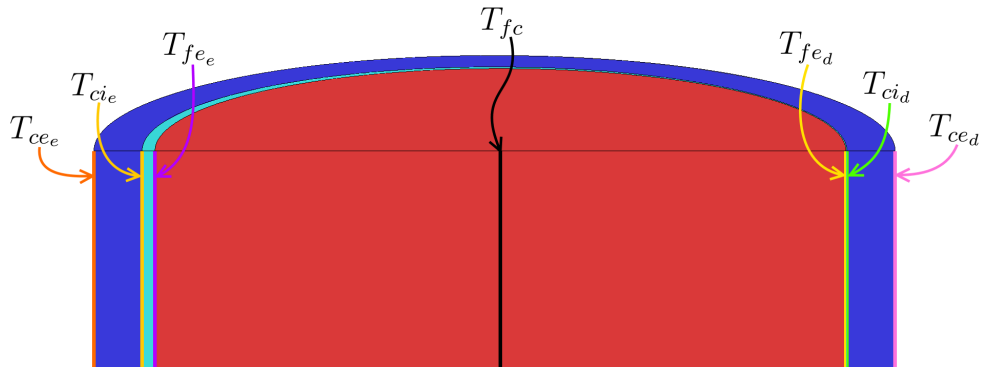
Como pode ser observado na Tabela 16, não foram estudados os casos nos quais uma VC com combustível excêntrico se encontra curvada ou apresenta *ballooning*, por buscarmos evitar excesso de circunstâncias adversas impostas a uma mesma VC.

Indicamos que os resultados desses estudos são apresentados por meio de gráficos das evoluções temporais e distribuições espaciais de temperaturas na VC e de temperatura e entalpia em seu respectivo CR. No que diz respeito à VC, denotamos que foram analisados quatro locais de interesse: superfícies externa e interna do revestimento, superfície externa do combustível e centro do combustível.

Os locais de aferição dos valores para as referidas grandezas estão intrinsecamente ligados às discretizações na altura da VC e do CR, onde, por exemplo, quando essas apresentam 100 divisões, os valores são tomados em 101 pontos (nós). Nos casos das superfícies, os resultados são apreciados por meio de médias no perímetro, estando, por consequência, também ligados a sua discretização.

Em VCs com combustíveis excêntricos temos ainda a avaliação de distribuições em locais arbitrários delineados pela Figura 36, os quais consistem em pontos localizados sobre a direção na qual ocorre o deslocamento, sendo ainda designados por meio dos símbolos d e e que representam, respectivamente, os sentidos favorável (lado direito) e oposto (lado esquerdo) a este deslocamento.

Figura 36 – Representação dos locais adicionais de interesse em uma vareta com combustível excêntrico



Fonte: Produzido pelo autor.

Nossas simulações estão condicionadas a três fatores de parada apresentados na Tabela 17: o fluxo crítico de calor, a temperatura do ponto fusão do UO_2 (ADAMSON et al., 1985 apud CACUCI, 2010, p. 1536) e a temperatura limite do revestimento acima da qual ocorre “geração” excessiva de calor devido a reações metal-água (CACUCI, 2010, p. 1601).

Tabela 17 – Tabela das condições de parada das simulações

Fluxo crítico de calor	Ponto de fusão do UO_2 ($^{\circ}\text{C}$)	Temperatura limite do revestimento ($^{\circ}\text{C}$)
Correlações 2.16 e 2.4.4.2	2850 [3120(20) K]	1204

Fonte: Produzido pelo autor.

Quanto as malhas das VCs, indicamos que duas, modeladas por meio do software GID, foram postas em uso nas análises: uma para VCs com combustíveis concêntricos, representada pela Tabela 7 da seção 4.2, e outra para excêntricos, descrita na Tabela 18.

Ressaltamos por fim que isoladamente os estudos de caso perdem relevância, pois é graças às diferenças que apresentam entre si que o verdadeiro valor dos mesmos é revelado. Por esse motivo, exceto por poucos enfoques de interesse, os resultados serão apresentados

Tabela 18 – Tabela das características da malha referente a vareta com combustível excêntrico do PWR da estação nuclear de Seabrook

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
Divisões na Altura	100	Divisões no Diâmetro	80
<u>Elementos</u>	628 535	<u>Nós</u>	110 761
no Combustível	456 295	no Combustível	81 551
no Gap	48 661	no Gap	16 283
no Revestimento	123 579	no Revestimento	29 087
na Superfície	16 000	na Superfície	8080
Lateral Externa		Lateral Externa	

Fonte: Produzido pelo autor.

por meio de comparações entre os casos sintetizados pela [Tabela 16](#).

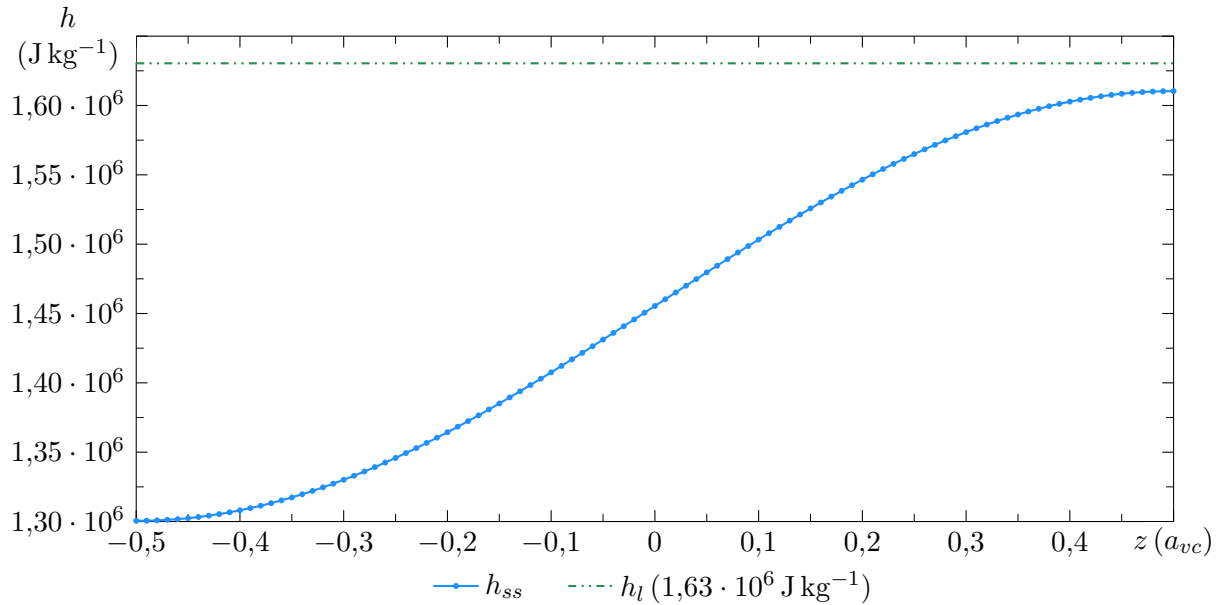
5.1 Comparações Acerca de um PWR

Nesta seção confrontaremos os resultados obtidos mediante uma [VC](#) perfeita com combustível concêntrico (Caso 1) com aqueles alcançados perante [VCs](#) perfeita com combustível excêntrico (Caso 2) e curvada com combustível concêntrico (Caso 3). Analisaremos ainda o efeito de diferentes dimensões de *balloonings* em [VCs](#) perfeitas com combustíveis concêntricos (Casos 4.1, 4.2 e 4.3) e compararemos os dados daquela que se mostrou mais apropriada (Caso 4.2) com os da [VC](#) perfeita (Caso 1). Todas essas análises se referem ao PWR da estação nuclear de Seabrook.

Antes de atendermos às comparações, destacamos que as distribuições espaciais de entalpia do refrigerante de todos os casos se sobrepõem ao alcançar o estacionário, sendo assim, elas serão representadas neste trabalho apenas pela [Figura 37](#). Essa similitude ocorre principalmente devido às perdas de informações a respeito do [CR](#) em razão da modelagem [1D](#) a ele aplicada. Tal modelagem faz com que as distribuições de entalpia no [CR](#) dependam sobretudo da densidade de potência da [VC](#), que é igual em todos os casos.

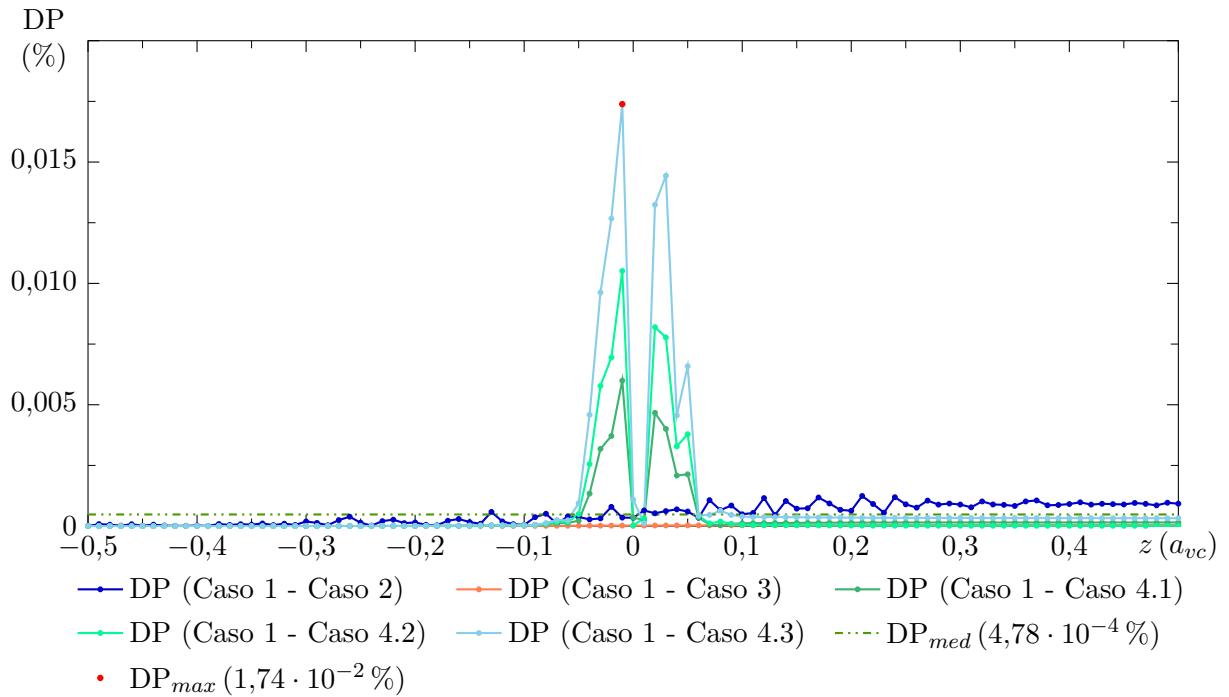
De acordo com a [Figura 38](#), tomando como referência o Caso 1, existe ainda uma distribuição de [DP](#) entre as entalpias analisadas, com um diferença média de $4,78 \cdot 10^{-4} \%$ e máxima de $1,74 \cdot 10^{-2} \%$. Essas pequenas divergências estão provavelmente associadas às malhas das [VCs](#), mais especificamente ao aumento no erro de discretização devido à aplicação das rotinas que geram deformidades nas mesmas, visto como as diferenças

Figura 37 – Gráfico das distribuições espaciais de entalpia do refrigerante ao alcançar o estacionário (todos os casos)



tendem a sobressair nos pontos em que são modelados *balloonings*. Não obstante, seus valores não são vistosos o bastante para gerar qualquer embaraço.

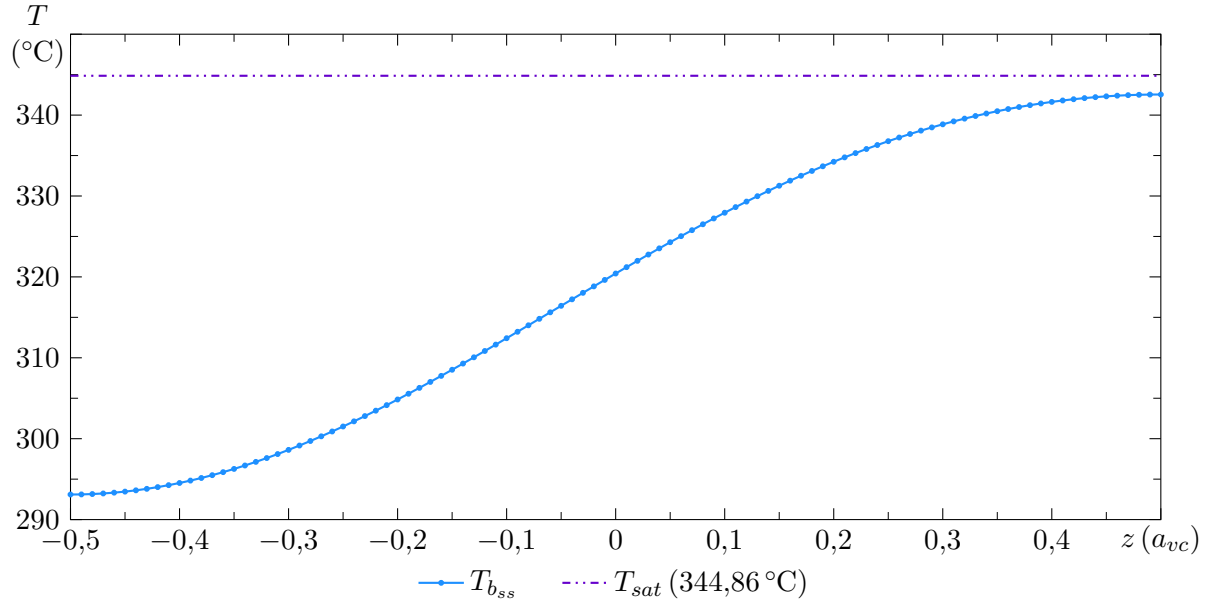
Figura 38 – Gráfico da diferença percentual entre as distribuições espaciais de entalpia do refrigerante ao alcançar o estacionário (todos os casos)



E como esperado, de forma análoga ao caso da entalpia, as distribuições de tempera-

tura no CR, Figura 39, também se sobrepõem.

Figura 39 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura do refrigerante ao alcançar o estacionário (todos os casos)



5.1.1 Varetas Perfeitas com Combustíveis Concêntrico e Excêntrico

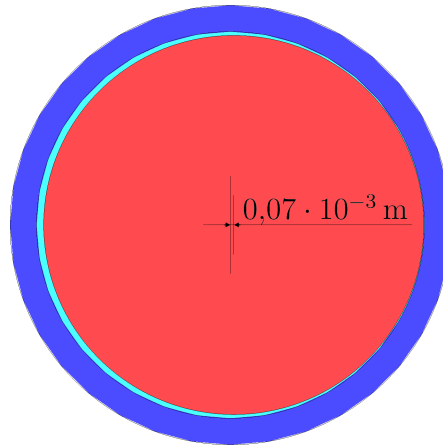
Uma VC ideal do PWR da estação nuclear de Seabrook possui um gap com espessura de $0,082 \cdot 10^{-3}$ m. Para o Caso 2, desenvolvemos uma VC na qual o combustível foi concebido com um deslocamento de $0,07 \cdot 10^{-3}$ m no sentido positivo da direção x , valor máximo perante o qual foi possível gerar uma malha por meio do programa adotado para sua modelagem (GID). A VC obtida, representada pela Figura 40, foi chamada de perfeita com combustível excêntrico e, nesta seção, apresentaremos os resultados alcançados por meio de sua análise em comparação com aqueles da VC perfeita com combustível concêntrico.

A Figura 41 apresenta as distribuições espaciais de temperatura média na superfície externa do revestimento ao alcançar o estacionário dos Casos 1 e 2, assim como as distribuições espaciais de interesse T_{ce_d} e T_{ce_e} referentes apenas ao último.

Como podemos observar, a excentricidade do combustível faz com que a distribuição de temperatura na lateral do revestimento favorável a esta seja mais elevada do que na oposta. Também é aparente que as distribuições médias dos Casos 1 e 2 se sobrepõem.

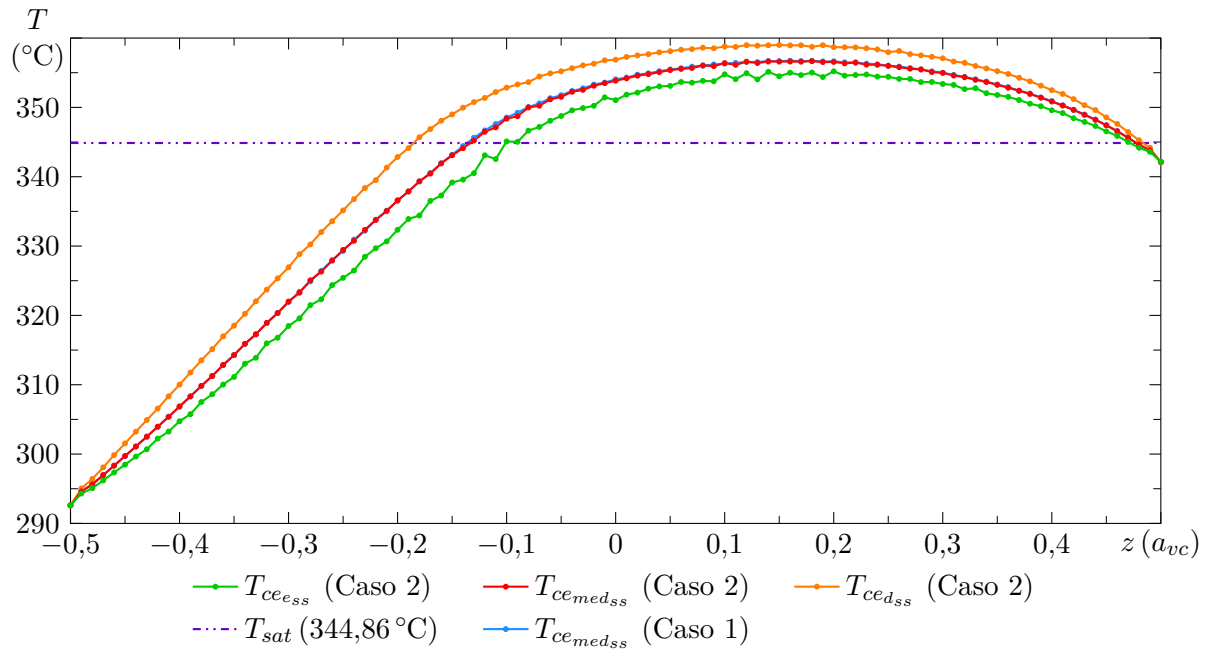
Vemos o mesmo comportamento nas distribuições espaciais de temperatura na

Figura 40 – Vareta com combustível excêntrico



Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 41 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura na superfície externa do revestimento ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 2)



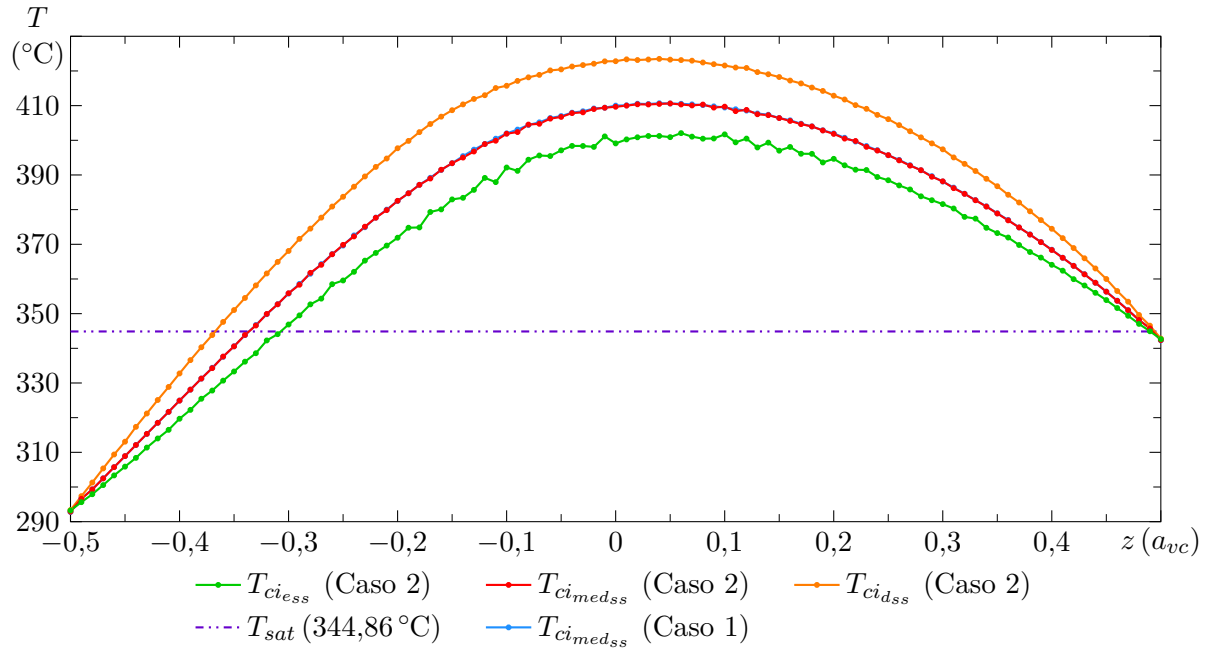
Fonte: Produzido pelo autor.

superfície interna do revestimento, [Figura 42](#), com a diferença entre as distribuições sendo apenas um pouco mais acentuada.

Já nas distribuições de temperatura na superfície externa do combustível a conduta se inverte, com T_{fe_e} sendo superior à T_{fe_d} , [Figura 43](#), e sua média no perímetro não mais se iguala aquela do caso concêntrico.

Podemos atribuir a supracitada inversão, assim como a própria diferença entre as distribuições nas laterais, ao fato da transferência de calor entre combustível e revestimento ser maior quão menor é a espessura do gap. Esse modo de proceder se deve ao preenchimento

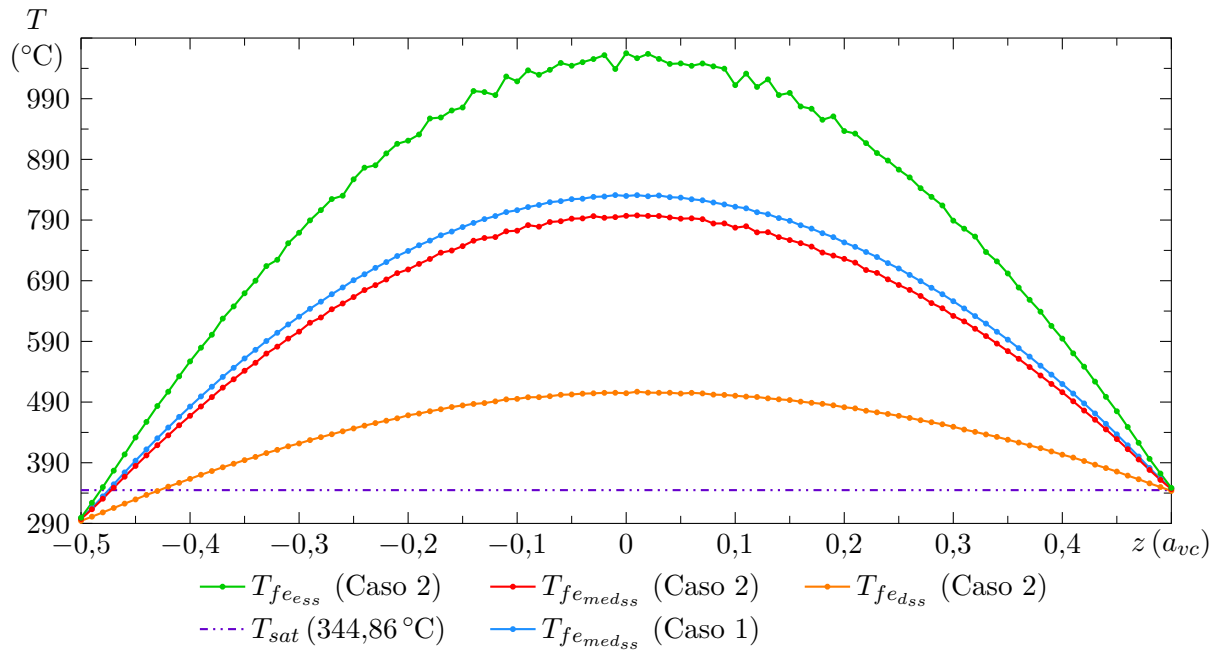
Figura 42 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura na superfície interna do revestimento ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 2)



Fonte: Produzido pelo autor.

do gap por gás hélio, pois este propicia uma baixa transferência de calor muito inferior as do UO_2 e do Zircaloy-4.

Figura 43 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura na superfície externa do combustível ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 2)

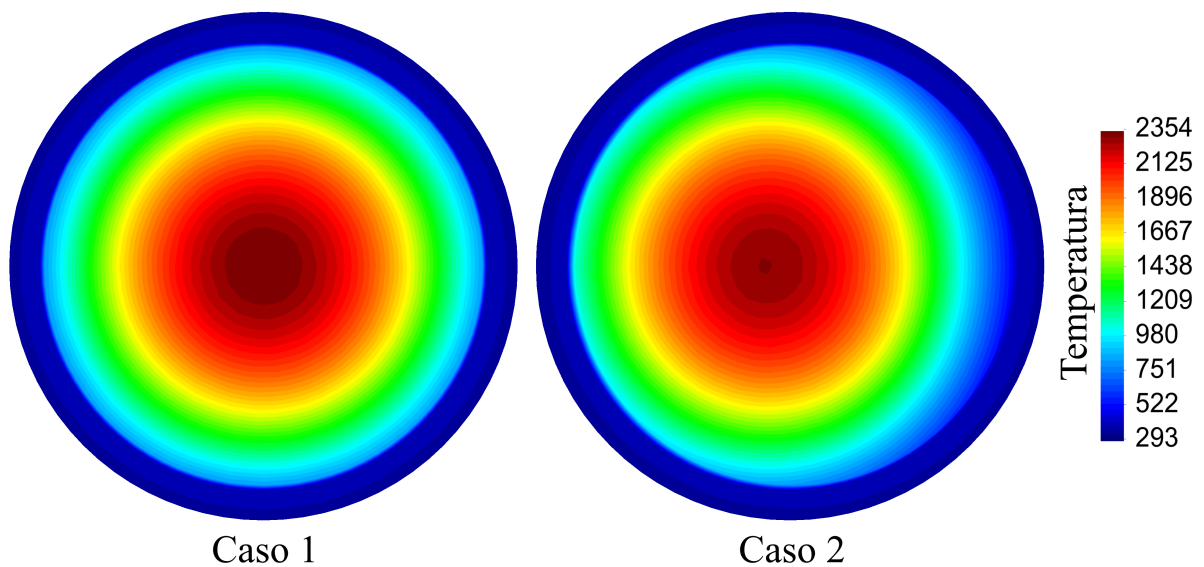


Fonte: Produzido pelo autor.

Para uma melhor compreensão do comportamento da temperatura na VC em vista do deslocamento do combustível, apresentamos as Figuras 44, 45 e 46, produzidas por meio

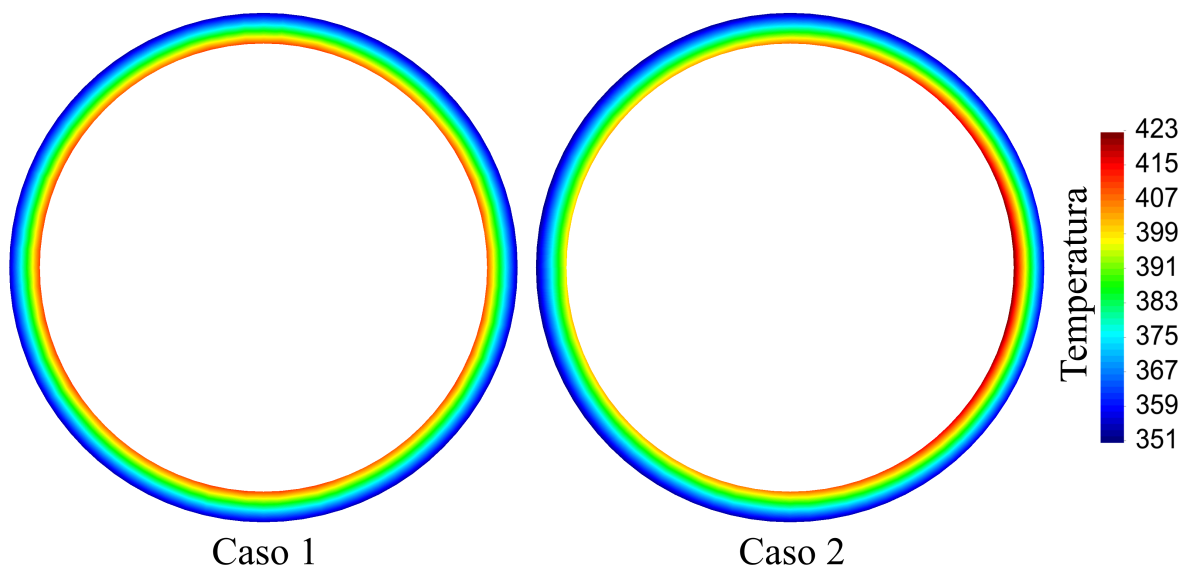
do software GID, que consistem em cortes transversais²⁹ a meia altura nas distribuições espaciais de temperatura em toda a VC, no seu revestimento e em seu raio (apenas na direção do deslocamento).

Figura 44 – Cortes transversais das distribuições espaciais de temperatura a meia altura ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 2)



Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 45 – Cortes transversais das distribuições espaciais de temperatura no revestimento a meia altura ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 2)

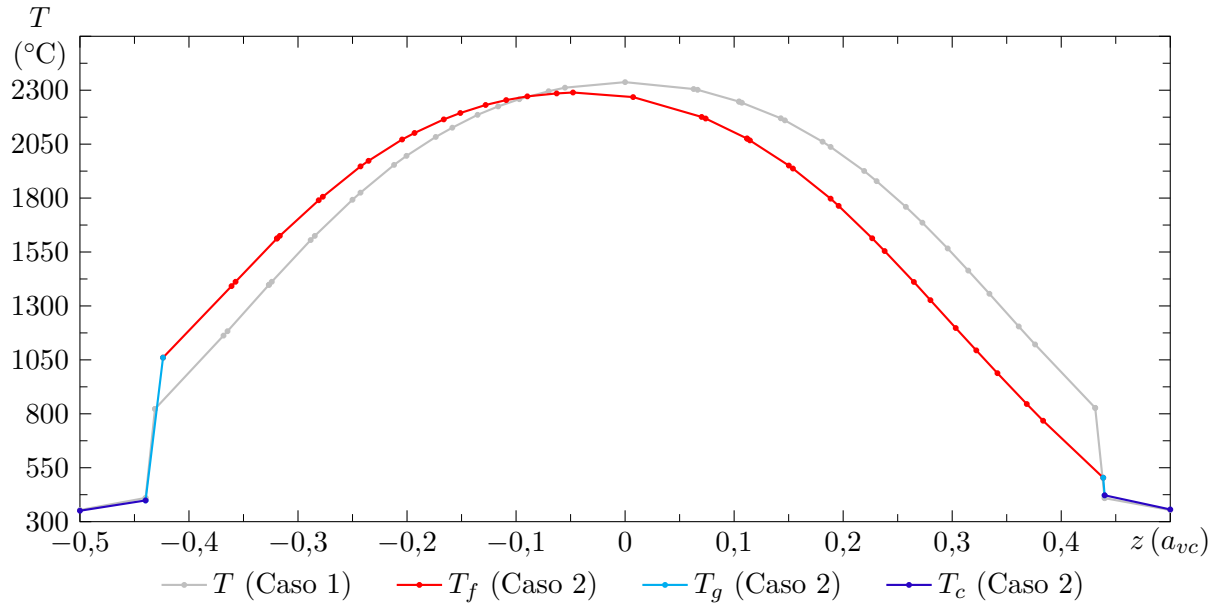


Fonte: Produzido pelo autor.

Verificamos mediante as Figuras 44 e 46 que, diferente do sucedido no Caso 1, a

²⁹denominamos de cortes transversais aqueles que atravessam alturas selecionadas da vareta combustível na direção radial

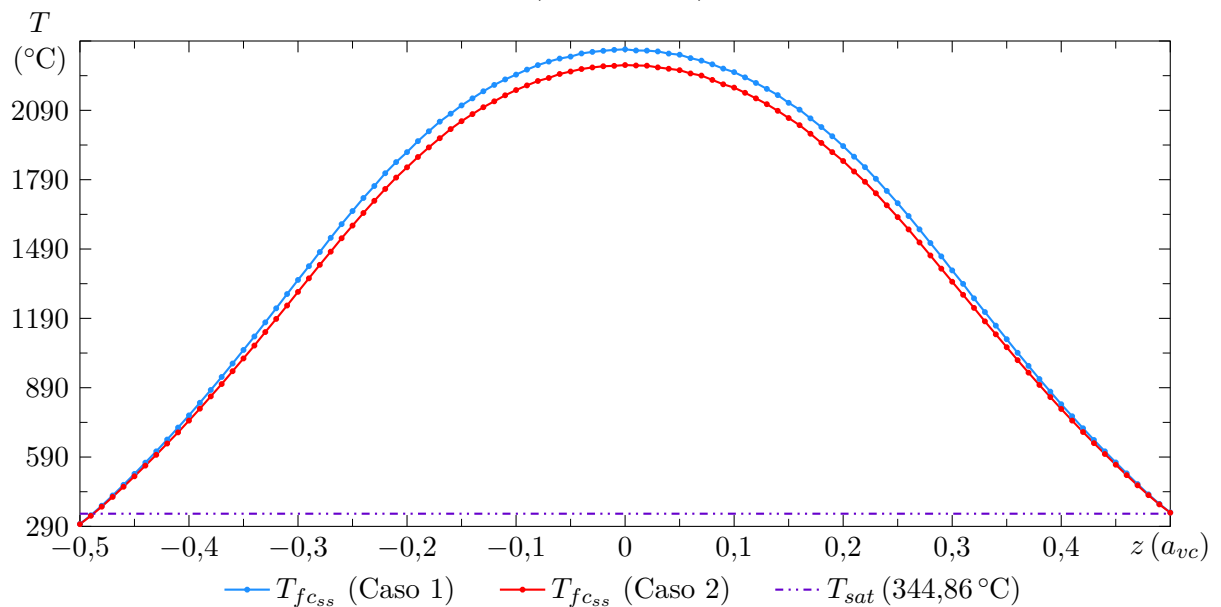
Figura 46 – Gráfico das distribuições espaciais radiais de temperatura a meia altura na direção do deslocamento ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 2)



Fonte: Produzido pelo autor.

temperatura máxima na VC com combustível excêntrico não ocorre em sua linha de centro, nem coincide com aquela do combustível, apresentando um afastamento em relação ao meio da VC proporcional ao deslocamento do combustível, porém no sentido oposto ao dele. Desse modo, como exibido na Figura 47, a distribuição de temperatura no centro do combustível do Caso 2 encontra-se em um patamar inferior ao do exibido pelo Caso 1.

Figura 47 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura no centro do combustível ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 2)

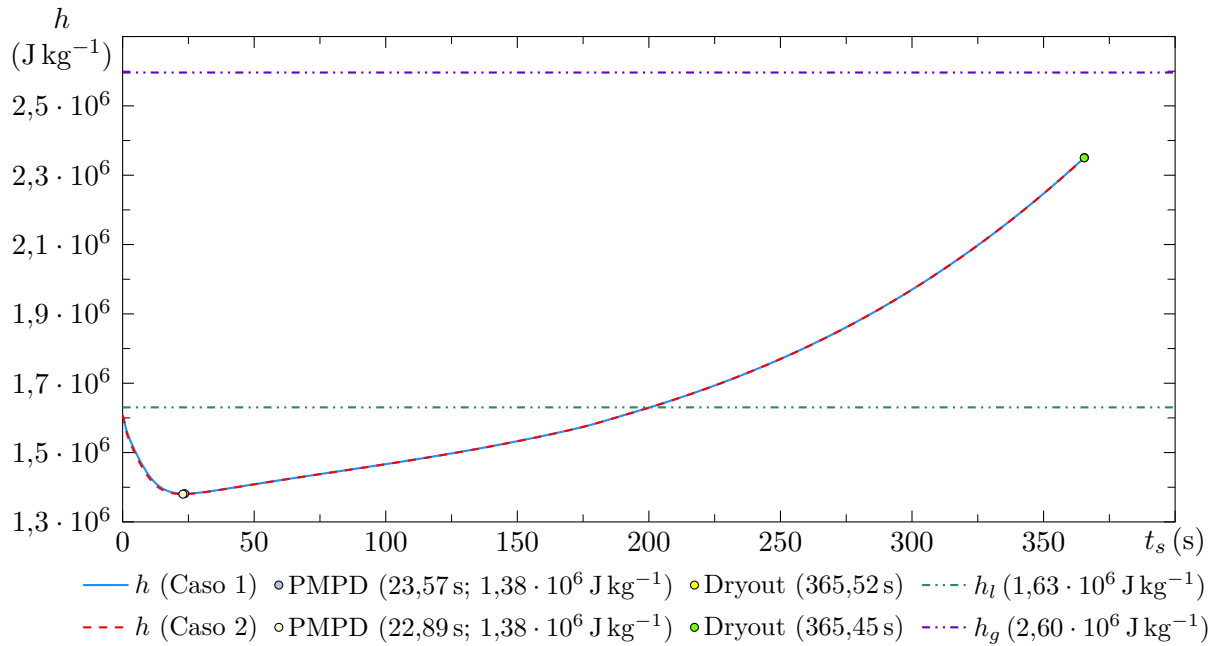


Fonte: Produzido pelo autor.

Completando a análise do estacionário, na [Figura 45](#), referente ao revestimento dos casos averiguados nesta seção, observamos como níveis maiores de temperatura ocorrem na lateral favorável ao deslocamento do Caso 2. Condição que, como já dito, está associada ao fluxo de calor mais intenso decorrente da maior proximidade entre revestimento e combustível.

Quanto ao transiente de desligamento de bomba, em ambas as simulações há ocorrência do fenômeno de *Dryout* na mesma altura da VC ($0,43 a_{vc}$) e em instantes de tempo extremamente próximos, respectivamente 365,52 s e 365,45 s, como mostrado no gráfico da evolução temporal da entalpia no CR na altura em que o *Dryout* se manifesta, [Figura 48](#).

Figura 48 – Gráfico das evoluções temporais de entalpia no canal refrigerante na altura em que ocorre *Dryout* (Casos 1 e 2)

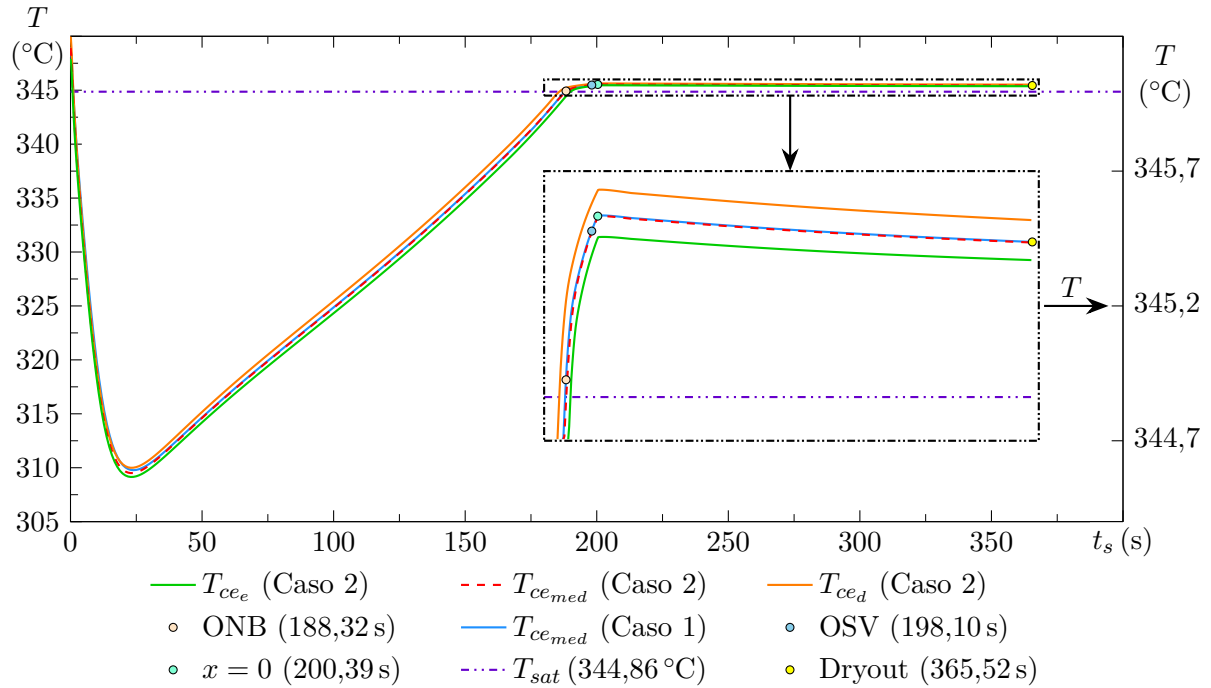


Fonte: Produzido pelo autor.

Em um primeiro momento intuimos que, como no Caso 2 há desigualdade entre as distribuições de temperatura nas laterais favorável e oposta ao deslocamento do combustível, sendo que a favorável apresenta níveis de temperatura superiores aos apresentados na superfície externa do revestimento no Caso 1, essa circunstância causaria fluxos de calor mais intensos que antecipariam a condição de CHF. Contudo, ainda que exista diferença entre as temperaturas e os fluxos nas referidas laterais, Figuras 49 e 50, como o *Dryout* acontece aproximadamente no mesmo instante, nossa expectativa foi refutada pelas simulações.

Deduzimos que a semelhança entre os pontos nos quais o *Dryout* se sucede ocorre

Figura 49 – Gráfico das evoluções temporais de temperatura na superfície externa do revestimento na altura em que ocorre *Dryout* (Casos 1 e 2)



por ele ser altamente dependente do título de vapor e, devido a modelagem 1D do CR, não existir variação espacial deste no perímetro da VC. Podemos verificar a citada dependência por meio das Figuras 51 e 52, nas quais percebemos o rápido aumento do título de vapor nos instantes que antecedem o *Dryout* e o fato da altura em que este surge ser a mesma cujo aquele é máximo.

Na Figura 48 encontra-se também demarcado o ponto de mínimo pós-desligamento (PMPD) que representa o momento, para a altura analisada, no qual a remoção de calor pela inércia das bombas do refrigerante não é mais suficiente para arrefecê-lo, ou seja nesse instante “produção” de calor na VC e remoção pelo CR se igualam na altura em destaque e dele em diante as temperaturas nela tendem a aumentar.

Já as Figuras 49 e 50 distinguem inclusive os pontos de transição entre regimes apresentados na subseção 2.4.1.3, graças a isso podemos atribuir o perceptível aprimoramento do fluxo de calor ao regime de PSB, assim como a aproximada estabilidade da temperatura na superfície externa do revestimento ao regime de SNB.

Como enfoque de interesse, apresentamos a comparação entre as distribuições espaciais de temperatura no CR e na superfície externa do revestimento, ambas do Caso 1, no instante em que ocorre *Dryout*, Figura 53.

No gráfico gerado observamos um comportamento fundamentalmente compatível ao

Figura 50 – Gráfico das evoluções temporais de fluxo de calor entre vareta e canal na altura em que ocorre *Dryout* (Casos 1 e 2)

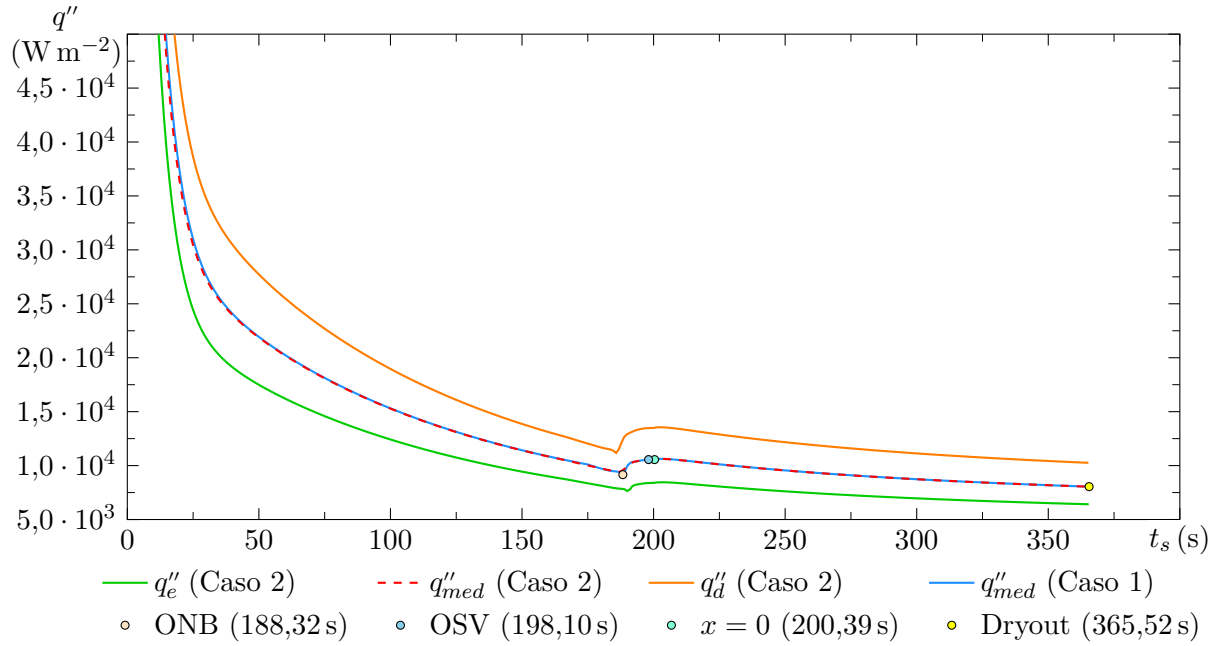
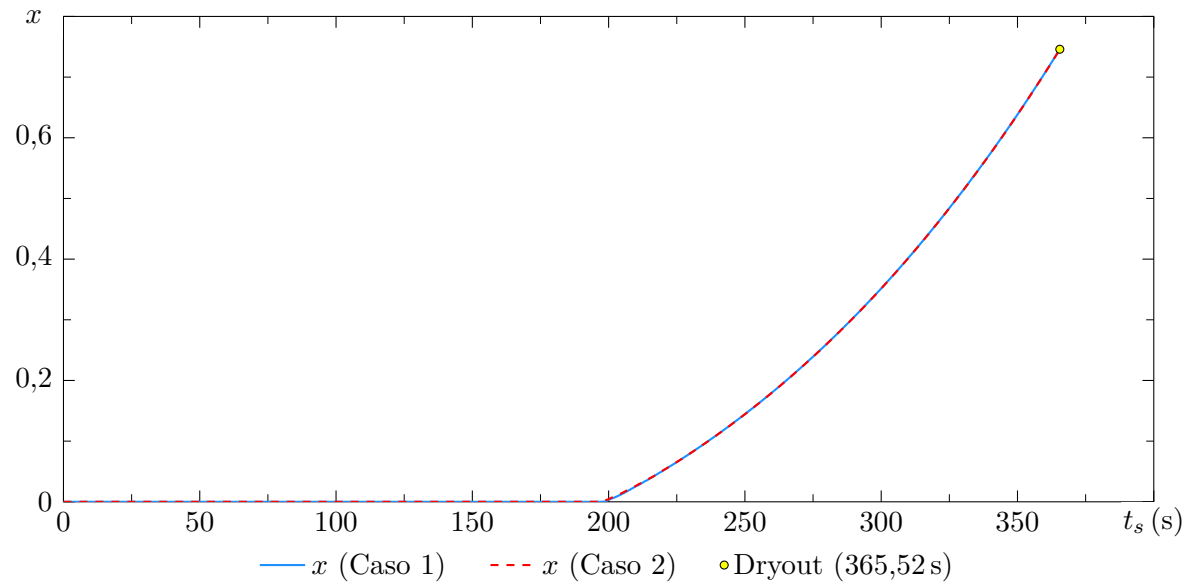


Figura 51 – Gráfico das evoluções temporais de título de vapor em escoamento na altura em que ocorre *Dryout* (Casos 1 e 2)

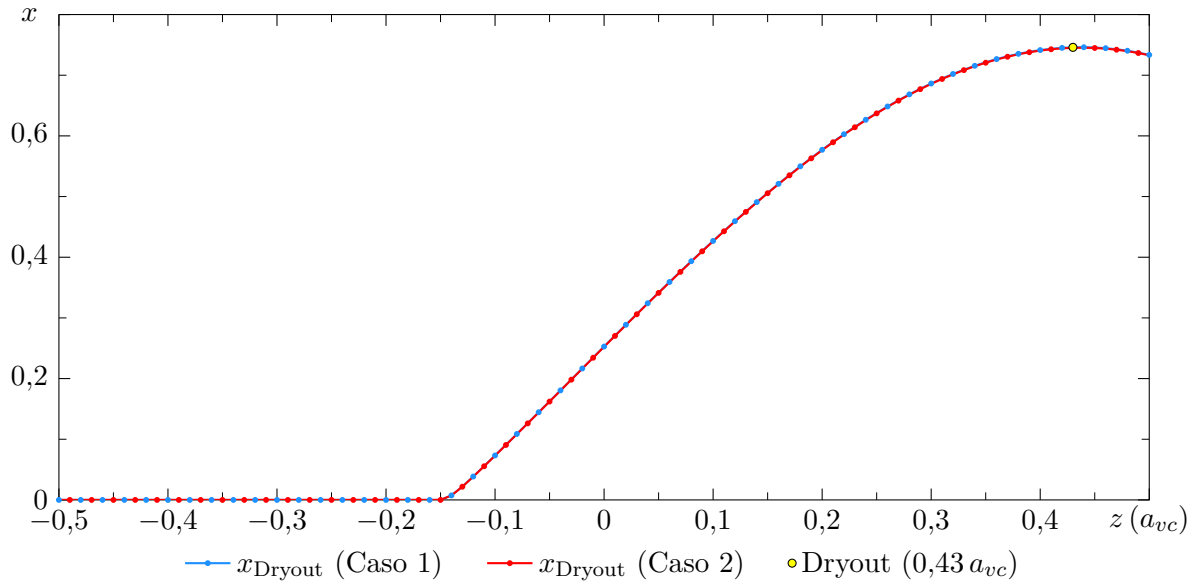


típico documentado para o regime de transferência de calor por ebulição em escoamento, começando pelos de PSB e FDB, nos quais:

“A temperatura da parede permanece essencialmente constante poucos graus acima da temperatura de saturação, enquanto a temperatura média da massa de líquido está aumentando até a temperatura de saturação”³⁰

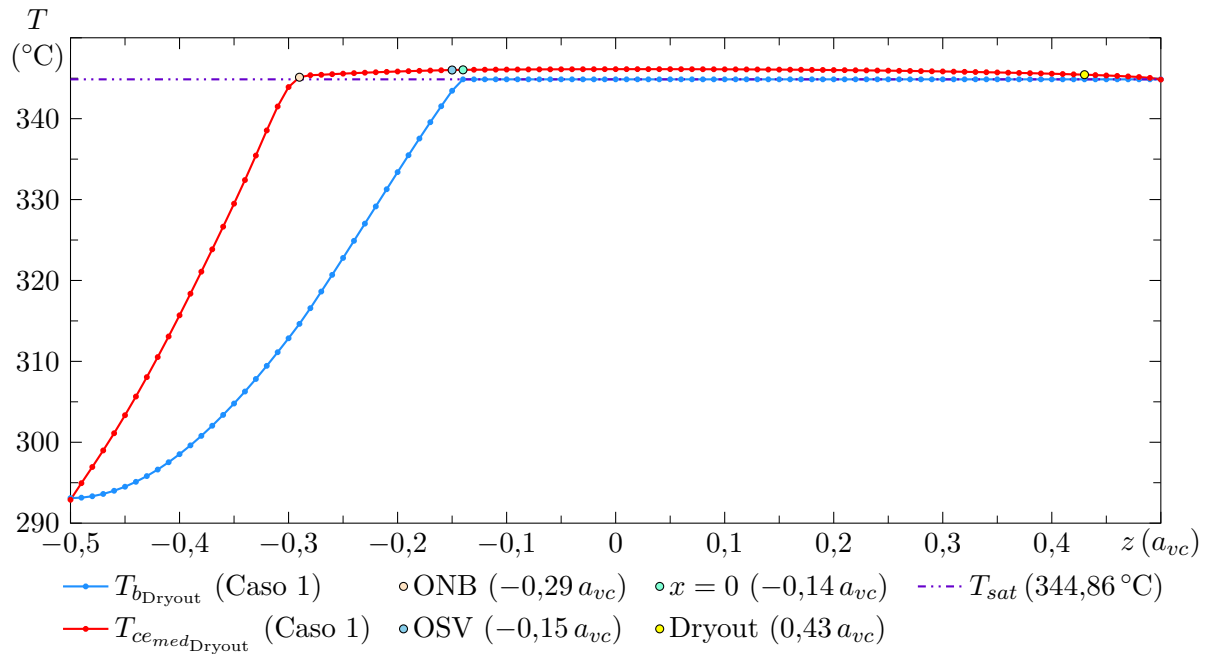
³⁰“the wall temperature remains essentially constant a few degrees above the saturation temperature, while the mean bulk fluid temperature is increasing to the saturation temperature”

Figura 52 – Gráfico das distribuições espaciais de título de vapor em escoamento no instante em que ocorre *Dryout* (Casos 1 e 2)



Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 53 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura no canal refrigerante e na superfície externa do revestimento no instante em que ocorre *Dryout* (Caso 1)



Fonte: Produzido pelo autor.

(TONG; TANG, 1997, p. 246, tradução nossa).

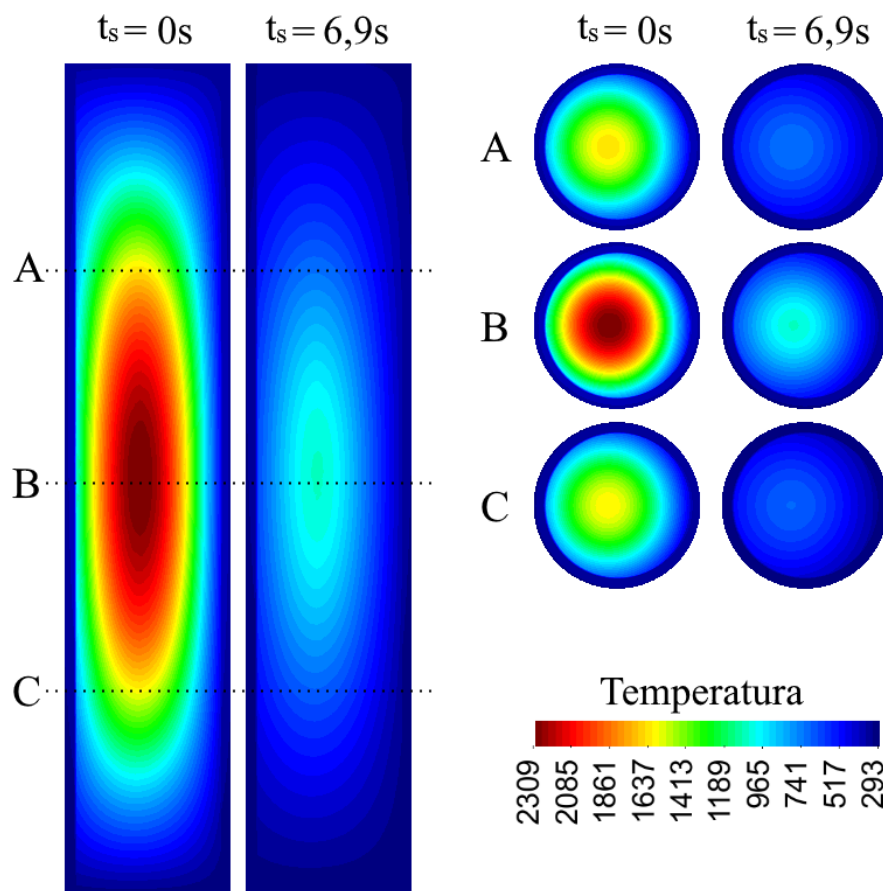
Já no regime de **SNB** tem-se que a temperatura basicamente “não aumenta [...] na realidade [...] a temperatura da parede diminui levemente”³¹ (TODREAS; KAZIMI, 2011, p. 743, tradução nossa). Lembrando que o conhecimento consolidado sobre esses regimes

³¹“does not rise [...] in fact [...] the wall temperature decreases slightly”

normalmente advêm de estudos que contemplam um fluxo de calor uniforme e, sendo assim, atribuímos o aumento sutilmente superior de temperatura no início do regime de ebulição em escoamento, assim como o decréscimo igualmente mais acentuado da mesma no final, à “geração” de calor não-uniforme característica dos reatores nucleares.

Finalmente, para consumir a seção de comparação entre os Casos 1 e 2, fornecemos as Figuras 54a e 54b, que equivalem a uma representação para a evolução temporal da temperatura no Caso 2, gerada por meio de cortes longitudinais e transversais da distribuição dessa grandeza na VC em momentos selecionados. É importante ressaltar que a vareta caracterizada pelos cortes longitudinais se encontra com a altura reduzida, logo a distribuição de temperatura nos mesmos deve ser contemplada considerando a deformação na direção em que ocorre tal redução.

Figura 54a – Cortes longitudinais e transversais da distribuição geral de temperatura na vareta combustível do Caso 2 em momentos selecionados

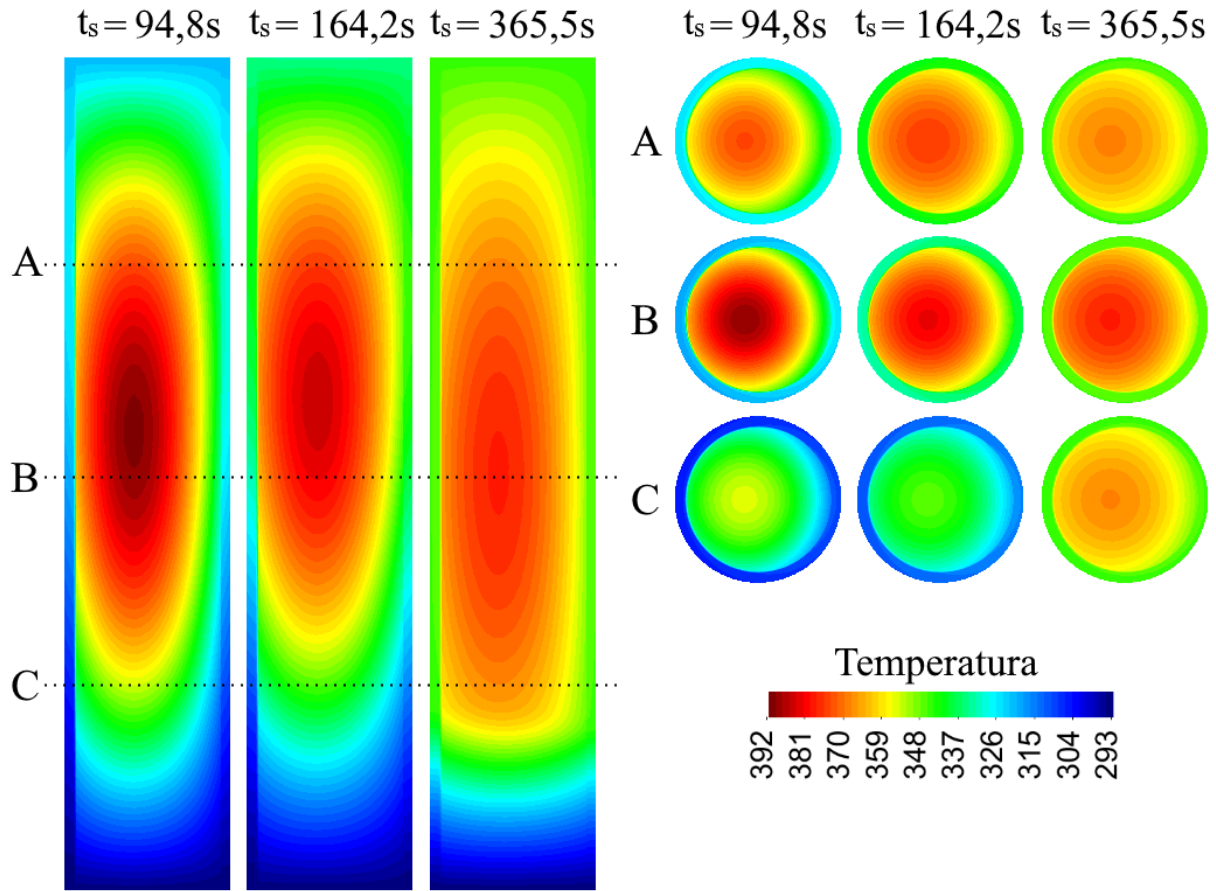


Fonte: Produzido pelo autor.

Nota: Vareta reduzida, altura igual a cinco vezes o diâmetro (1:77).

Por meio das Figuras 54a e 54b podemos notar que o deslocamento nas distribuições

Figura 54b – Cortes longitudinais e transversais da distribuição geral de temperatura na vareta combustível do Caso 2 em momentos selecionados



Fonte: Produzido pelo autor.

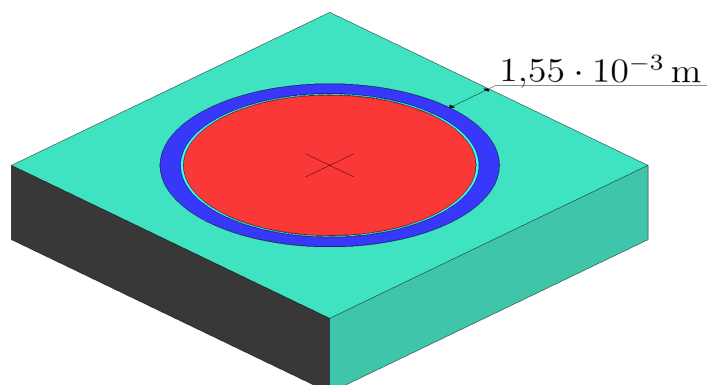
Nota: Vareta reduzida, altura igual a cinco vezes o diâmetro (1:77).

de temperatura exibidas no estado estacionário se propaga por toda a simulação. Vemos ainda como a temperatura na VC decai rapidamente após o desligamento do reator, mesmo com suas bombas tendo sido igualmente desligadas. Em sequência, observamos a temperatura começar a se elevar na parte superior da VC, processo que se alastra à inferior, até o momento no qual a condição de *Dryout* é atingida.

5.1.2 Varetas Perfeita e Curvada com Combustíveis Concêntricos

O espaçamento entre a superfície lateral externa da VC e a extremidade do CR é de $1,55 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, Figura 55. Para o estudo relativo a esta seção modelamos uma VC com combustível concêntrico e curvatura máxima central (δ_{+max}) no sentido positivo da direção x de aproximadamente um terço do referido espaço, $0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ (Caso 3), e comparamos os resultados alcançados através de sua análise com aqueles da VC perfeita com combustível igualmente concêntrico (Caso 1).

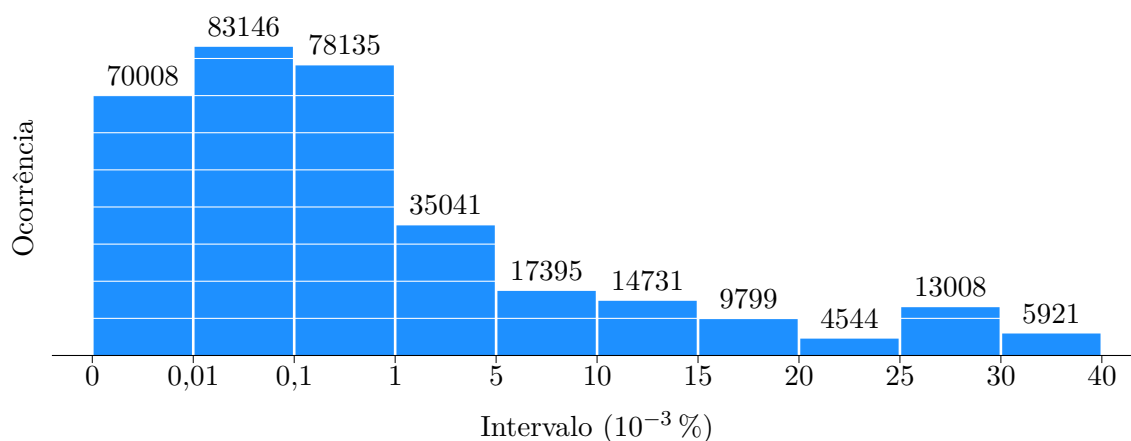
Figura 55 – Representação do conjunto formado pela vareta combustível e o canal refrigerante



Fonte: Produzido pelo autor.

Verificamos por meio dos dados obtidos que a curvatura aplicada exerce uma influência inexpressiva sobre a distribuição de temperatura na **VC**, asserção corroborada não apenas pelos Casos 1 e 3 apresentarem as mesmas circunstâncias de *Dryout* (365,52 s, 0,43 a_{vc}), mas especialmente pelos baixos valores exibidos no histograma da **DP** entre suas temperaturas, **Figura 56**. Avaliação que foi realizada considerando cada um dos 110 761 nós que constituem a malha da **VC** empregada e três instantes de tempo: o momento em que o estacionário é alcançado, a ocasião de *Dryout* e pouco aquém da metade do intervalo de tempo entre ambos.

Figura 56 – Histograma da diferença percentual entre os Casos 1 e 3 ao alcançarem o estacionário



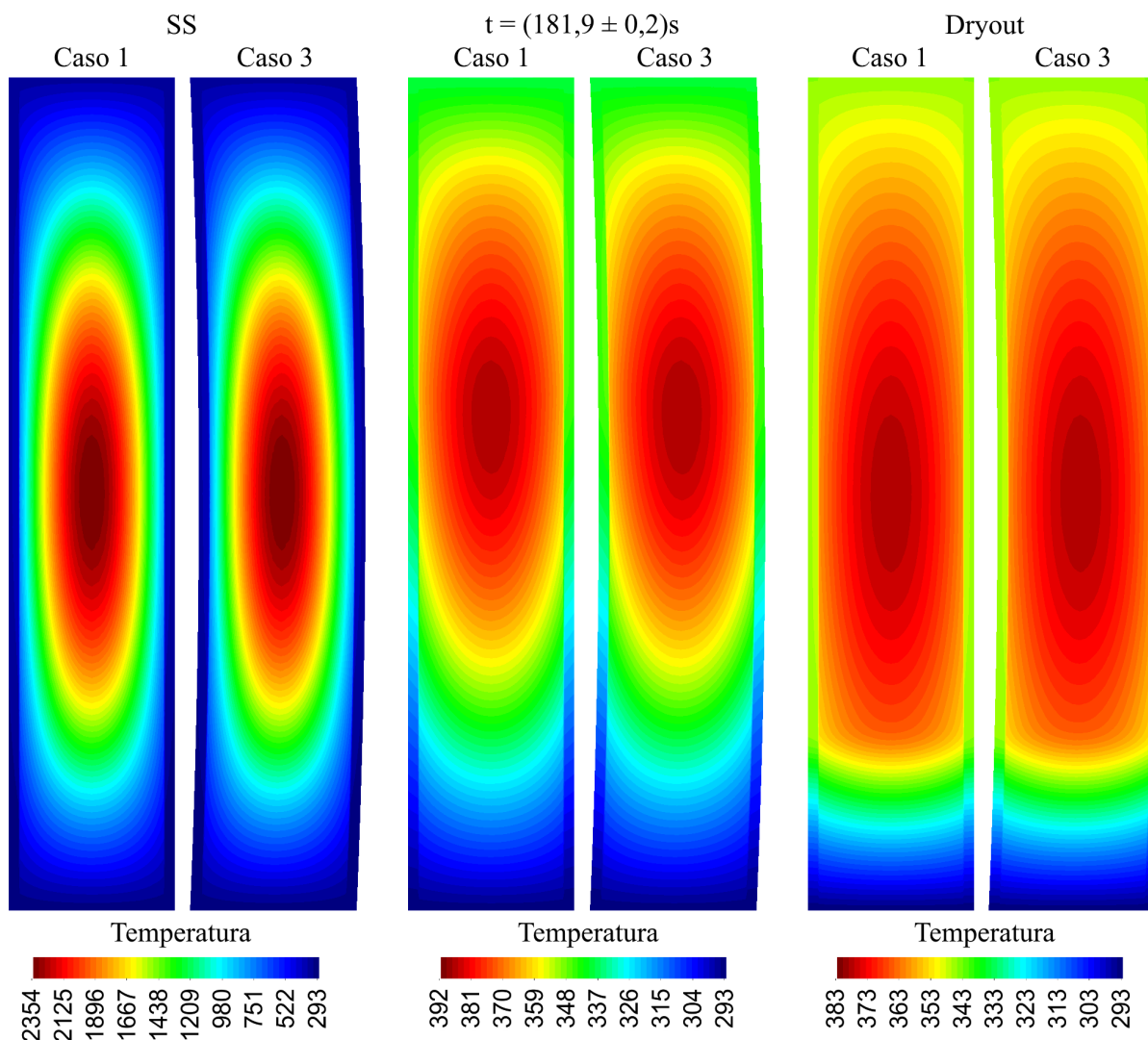
Fonte: Produzido pelo autor.

A única diferença entre os casos analisados consiste na distorção da distribuição de temperatura na **VC** equivalente a curvatura que esta apresenta em sua geometria, como evidenciado pelos cortes longitudinais apresentados na **Figura 57**³². Lembrando que

³²a incerteza de 0,2s mostrada nesta imagem deriva-se da impossibilidade de se obter os dados de

as distribuições de temperatura nestes cortes devem ser observadas com o cuidado de considerar a redução na altura das VCs representadas.

Figura 57 – Cortes longitudinais das distribuições de temperatura nas varetas combustíveis dos Casos 1 e 3 em três instantes de interesse



Fonte: Produzido pelo autor.

Nota: Vareta reduzida, altura igual a cinco vezes o diâmetro (1:77).

De modo análogo aos casos da entalpia e do *Dryout*, é razoável presumir que a conformidade exibida pelos Casos 1 e 3 também esteja vinculada as limitações imputadas ao código pela modelagem 1D do CR, principalmente devido a ela tornar inviável a reprodução de assimetrias radiais no mesmo. Estudos adotando uma modelagem mais sofisticada são necessários para avaliar a validade dessa suposição. Não obstante, podemos assumir que este estudo foi oportuno por, ao menos, nos permitir concluir que a curvatura

temperatura nos nós da malha no mesmo instante de tempo para ambos os casos, com exceção do estado estacionário e o momento de *Dryout*, devido ao modo em que eles são arquivados

não afeta significativamente a transferência de calor na VC em si.

5.1.3 *Ballooning*

Visto como a temperatura é um fator de importância na ocorrência de *ballooning*, e inferindo que uma de suas características mais prejudiciais é causar aumento naquela do combustível, foi decidido molda-lo um pouco acima da meia altura da VC, próximo de onde se sucede a temperatura máxima. Deste modo, comparamos nesta seção três *balloonings* com a mesma extensão (0,2 m), localizados no intervalo entre 1,75 m e 1,95 m de altura da VC; e três espessuras, caracterizadas pelas deformações centrais máximas (δ_{+max}) presentes na Tabela 19.

Tabela 19 – Tabela das características dos *balloonings*

	Caso 4.1	Caso 4.2	Caso 4.3
δ_{+max} (m)	$50,0 \cdot 10^{-6}$	$0,1 \cdot 10^{-3}$	$0,2 \cdot 10^{-3}$
DDVC (%)	1,05	2,11	4,21
EACR (%)	1,71	3,43	6,94

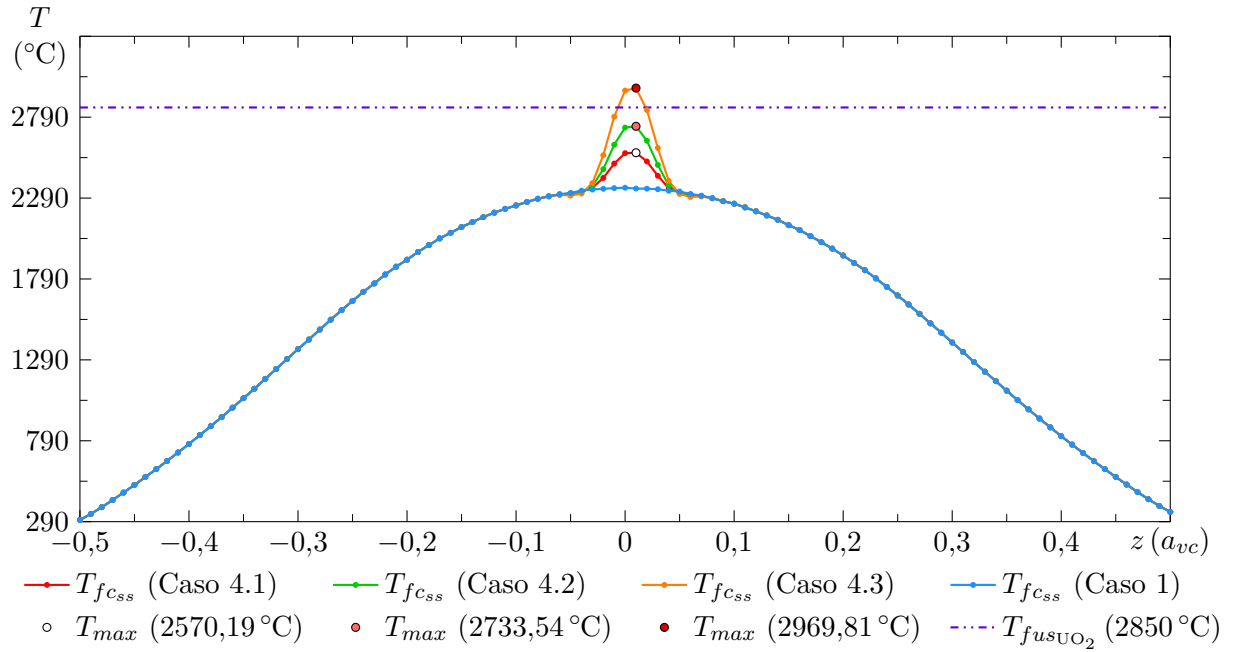
Fonte: Produzido pelo autor.

As porcentagens para a dilatação do diâmetro da VC (DDVC) e o estrangulamento da área do CR (EACR) decorrentes das deformações máximas apresentadas pelos *balloonings* analisados, como visto na Tabela 19, são modestas. Desse modo, julgamos que a modelagem do CR, na qual sua área é considerada constante, não compromete demasiadamente os estudos de caso, ao menos perante este aspecto.

A condição de parada referente a temperatura do ponto fusão do UO_2 , imposta pela Tabela 17, foi desconsiderada neste estudo. Essa ação foi tomada por, acima de tudo, aspirarmos obter os melhores parâmetros para a análise do *ballooning* no desligamento do reator, sem nos preocuparmos inicialmente se o referido limite é alcançado. Sendo assim, na Figura 58 plotamos as distribuições de temperaturas no centro do combustível ao alcançar o estacionário dos casos de *ballooning* (Casos 4.1, 4.2 e 4.3) e, como referência, do Caso 1.

Como podemos observar na Figura 58, para cada caso existe um pico de temperatura no local em há ocorrência de *ballooning*, sendo que os valores máximos apresentados para estas nos Casos 4.1 e Caso 4.2 foram respectivamente 2568,46 °C e 2729,97 °C, ambos dentro do limite aceitável pelo combustível. Já o Caso 4.3 exibiu uma máxima de 2981,40 °C, ou

Figura 58 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura no centro do combustível ao alcançar o estacionário (Casos 1, 4.1, 4.2 e 4.3)

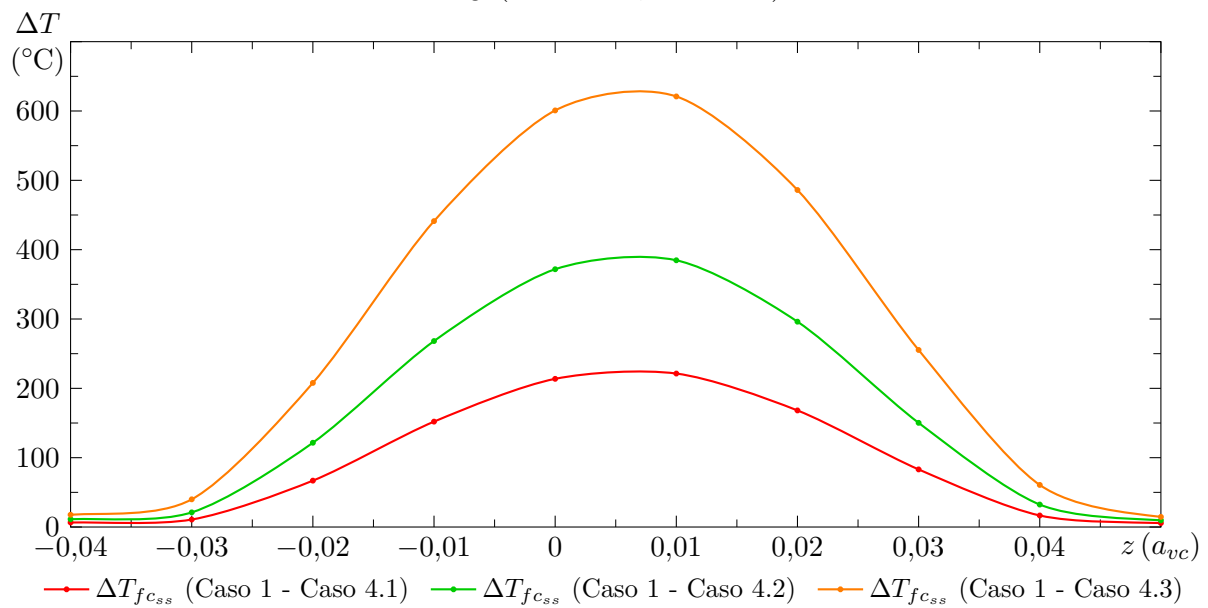


Fonte: Produzido pelo autor.

seja, acima do ponto fusão do UO_2 .

Para contemplarmos melhor o efeito da incidência de *balloonings*, na Figura 59, focando no espaço de ocorrência dos mesmos, plotamos o aumento de temperatura no centro do combustível dos Casos 4.1, 4.2 e 4.3 em relação ao Caso 1.

Figura 59 – Gráfico do aumento de temperatura no centro do combustível conforme a dimensão do *ballooning* (Casos 4.1, 4.2 e 4.3)



Fonte: Produzido pelo autor.

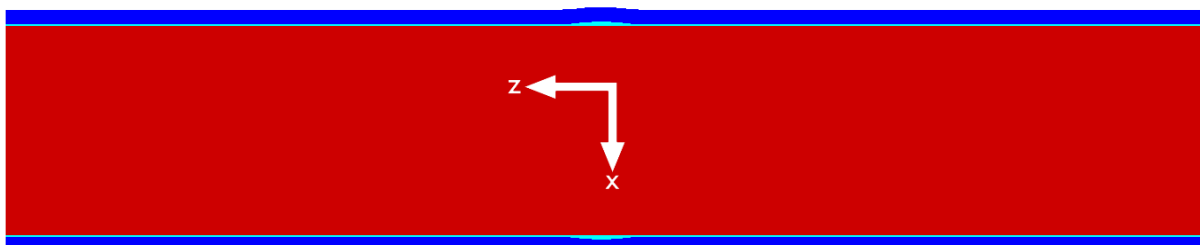
Mediante as Figuras 58 e 59 vemos claramente como a temperatura se eleva conforme o tamanho do *ballooning* amplia, onde o Caso 4.1 apresenta um aumento máximo de 221,35 °C (9,424 %), o Caso 4.2 de 384,70 °C (16,38 %) e o Caso 4.3 de 620,97 °C (26,44 %). Atribuímos esse comportamento a expansão do gap em decorrência da deformação no revestimento, pois aquele se apresenta como uma “resistência” a transferência de calor entre este e o combustível.

Constatamos portanto que no Caso 4.3 a temperatura limite do UO_2 é excedida, e no Caso 4.1 o *ballooning* é excessivamente moderado. Desse modo, o Caso 4.2 nos resta como legado deste estudo e será aquele empregado nas ulteriores análises de *ballooning* no estacionário e no desligamento do reator.

5.1.4 Varetas Perfeita e com *Ballooning*

Valendo-nos do Caso 4.2 resultante da seção anterior, comparamos os dados obtidos pela simulação da presença de *ballooning* em uma VC com combustível concêntrico, Figura 60, com aqueles de igual vareta porém sem incidência de *ballooning* (Caso 1).

Figura 60 – Corte longitudinal da vareta combustível com *ballooning* do Caso 4.2



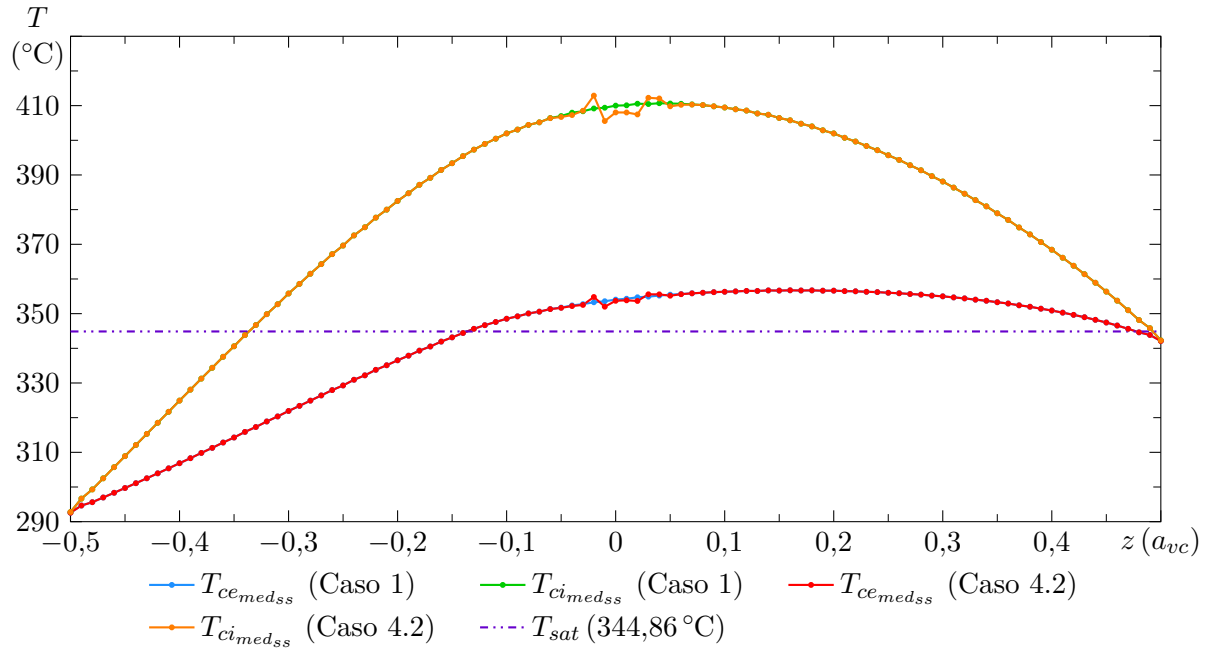
Fonte: Produzido pelo autor.

Nota: Vareta reduzida, altura igual a cinco vezes o diâmetro (1:77).

Em vista das distribuições espaciais de temperatura nas superfícies interna e externa da VC presentes na Figura 61, observamos que o *ballooning* causa apenas uma pequena flutuação no local de sua incidência. Indicamos que apesar do aspecto singular dessas flutuações, o qual insinua ser decorrente de erro de discretização, verificamos que elas se manifestam de modo similar em simulações com malhas mais finas, condição que favorece a confiança nos dados obtidos.

Uma possível explicação para os pequenos picos de temperatura vistos nas extremidades do *ballooning*, Figura 61, seria um maior fluxo de calor a estes locais devido à grave restrição a sua transferência onde o *ballooning* é máximo e ao extremo aumento de

Figura 61 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura médias nas superfícies externa e interna do revestimento ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 4.2)

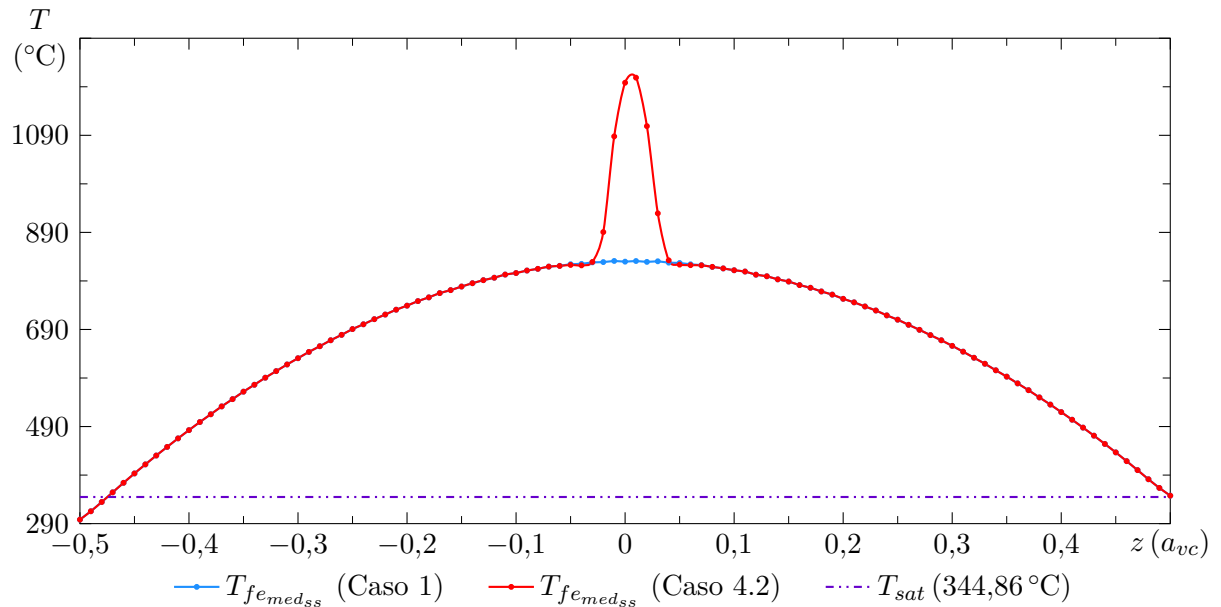


Fonte: Produzido pelo autor.

temperatura no combustível nesta mesma região.

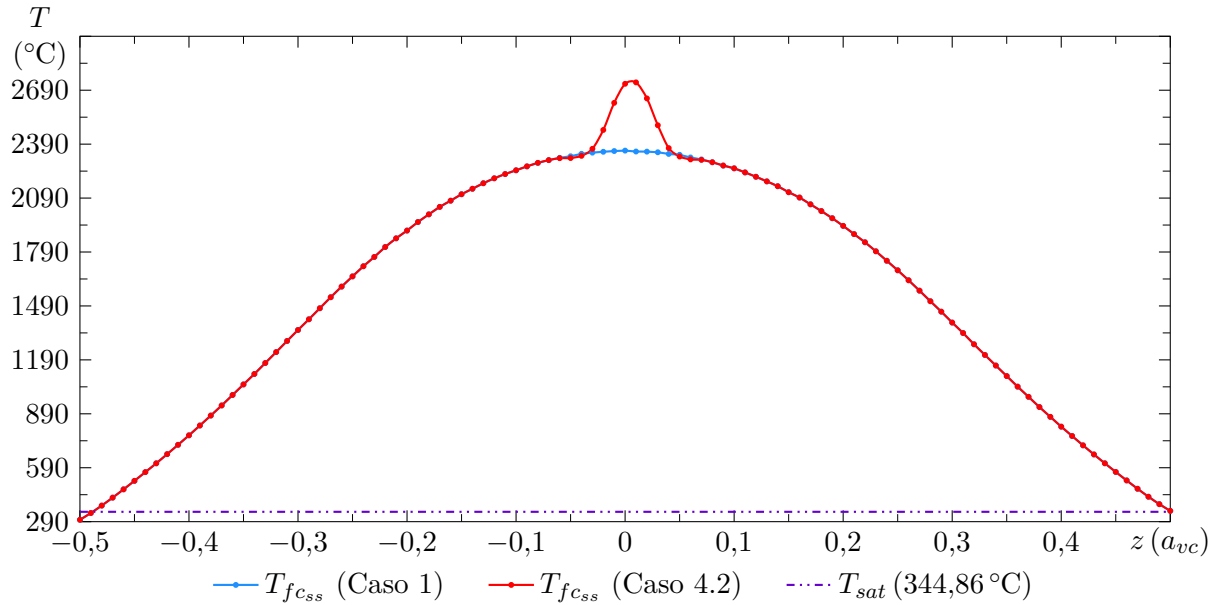
Através das Figuras 62 e 63, percebemos como perturbações muito mais protuberantes ocorrem nas distribuições de temperatura na superfície externa e no centro do combustível, principalmente na primeira, que apresenta um aumento máximo de temperatura de 377,78 $^{\circ}\text{C}$ (45,47 %).

Figura 62 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura na superfície externa do combustível ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 4.2)



Fonte: Produzido pelo autor.

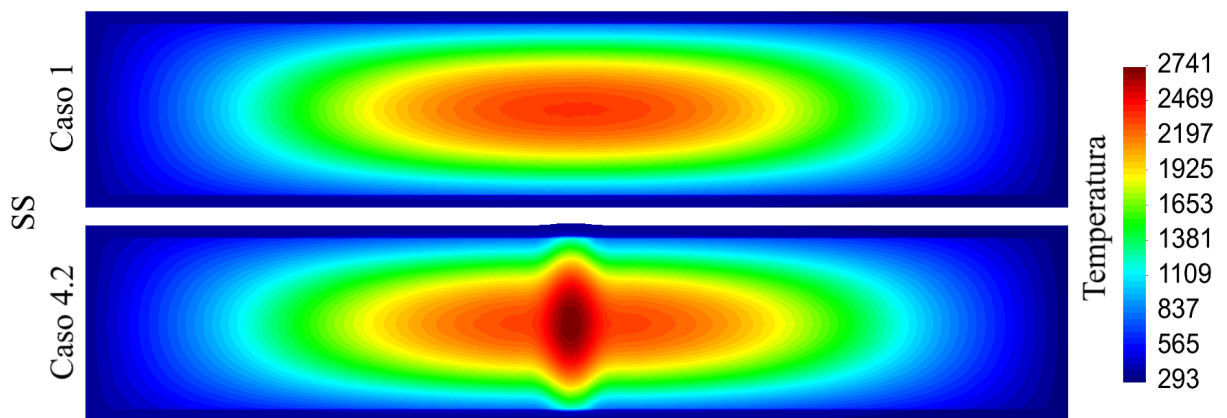
Figura 63 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura no centro do combustível ao alcançar o estacionário (Casos 1 e 4.2)



Fonte: Produzido pelo autor.

Visualizamos de modo mais claro o efeito local causado pelo *ballooning* mediante as distribuições gerais de temperatura nas VCs dos Casos 1 e 4.2 expostas na Figura 64, a qual apresenta cortes longitudinais e portanto deve ser verificada levando-se em conta a altura reduzida.

Figura 64 – Cortes longitudinais das distribuições de temperatura nas varetas combustíveis (Casos 1 e 4.2)



Fonte: Produzido pelo autor.

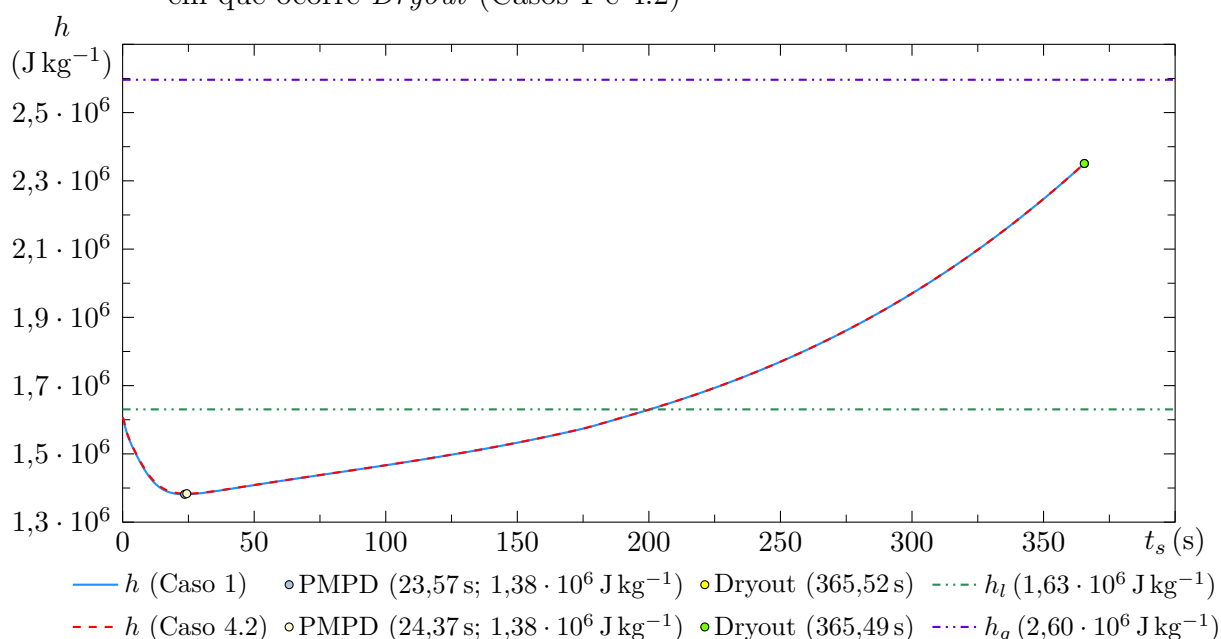
Nota: Vareta reduzida, altura igual a cinco vezes o diâmetro (1:77).

Nas distribuições apresentadas na Figura 64 verificamos como a temperatura na VC do Caso 4.2 se distorce devido a presença de sua deformidade, assim como notamos o grave aumento desta grandeza no centro de seu combustível, que culmina em uma temperatura

máxima superior à do Caso 1 em mais de 380 °C, mesmo em vista da moderada deformação infligida à VC.

Como representação principal para o transiente de desligamento, fornecemos novamente o gráfico da evolução temporal da entalpia no CR na altura em que o *Dryout* se sucede, Figura 65.

Figura 65 – Gráfico das evoluções temporais de entalpia no canal refrigerante na altura em que ocorre *Dryout* (Casos 1 e 4.2)



Fonte: Produzido pelo autor.

Observamos nesta figura que a condição de *Dryout* no Caso 4.2 ocorre praticamente no mesmo instante em que no Caso 1 (365,49 s), evento idêntico ao exibido pelos Casos 2 e 3. Todavia, nesta ocasião não associamos esse efeito apenas à alta dependência que o CHF apresenta pelo título de vapor, mas também à característica do *ballooning* de ocasionar somente consequências locais, como podemos verificar novamente mediante as Figuras 66 e 67.

Nos gráfico das distribuições espaciais de temperatura nas superfícies da vareta (médias), no centro do combustível e no canal refrigerante, para as alturas em que ocorre *Dryout* e de centro do *ballooning*, fornecidos pelas Figuras 66 e 67, contemplamos tanto a similitude entre os Casos 1 e 4.2 na primeira, quanto os níveis superiores de temperatura no centro e na superfície externa da VC da última. Contudo, assim como sugerido pela Figura 61, não observamos especial distinção entre tais casos para as temperaturas nas superfícies externa e interna da VC. Diante desta circunstância, deduzimos que mesmo

Figura 66 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura nas superfícies da vareta (médias), no centro do combustível e no canal refrigerante na altura em que ocorre *Dryout* (Casos 1 e 4.2)

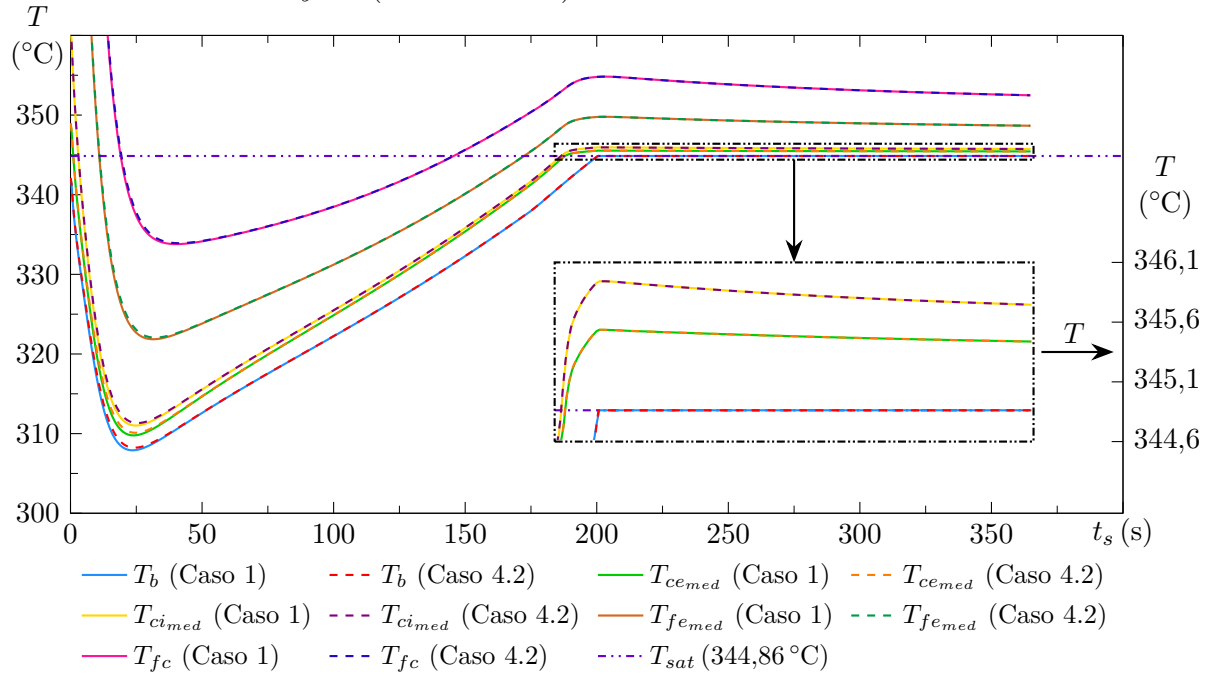
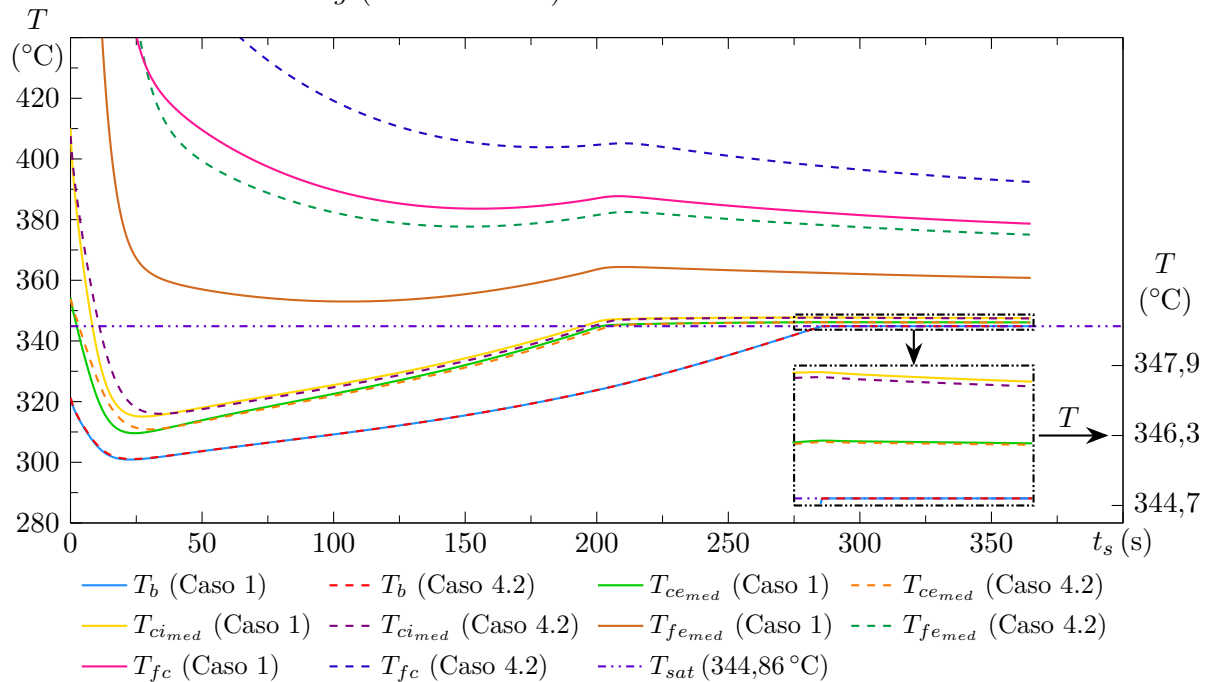


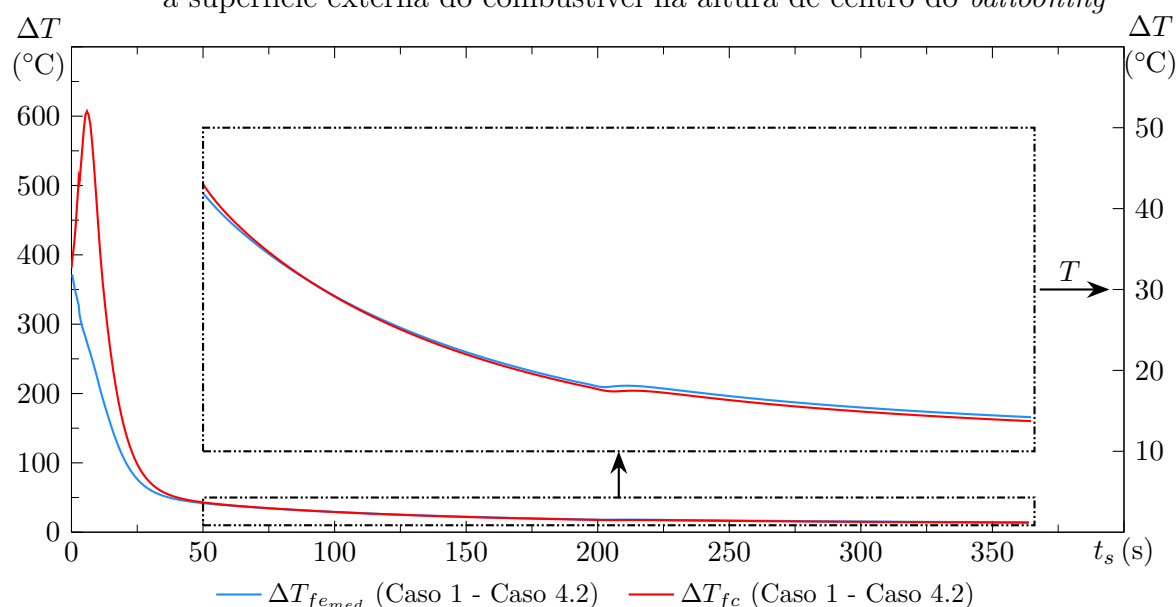
Figura 67 – Gráfico das distribuições espaciais de temperatura nas superfícies da vareta (médias), no centro do combustível e no canal refrigerante na altura de centro do *ballooning* (Casos 1 e 4.2)



uma conjuntura na qual o *ballooning* surge em uma altura diversa não implicaria na antecipação da condição de CHF.

Vemos mais claramente o efeito do *ballooning* por meio da Figura 68, a qual fornece a diferença de temperatura entre os Casos 4.2 e 1 no centro e na superfície externa do combustível na altura da deformação máxima do *ballooning*. Focamos nestes dois locais por serem os únicos em que tal diferença é relevante, principalmente no início do desligamento, em que ela se eleva no centro do combustível devido ao decréscimo mais súbito de temperatura no Caso 1. Não obstante, a diferença é atenuada no decorrer da simulação, não passando de 15 °C no momento de *Dryout*.

Figura 68 – Gráfico da diferença de temperatura entre os Casos 4.2 e 1 segundo o centro e a superfície externa do combustível na altura de centro do *ballooning*

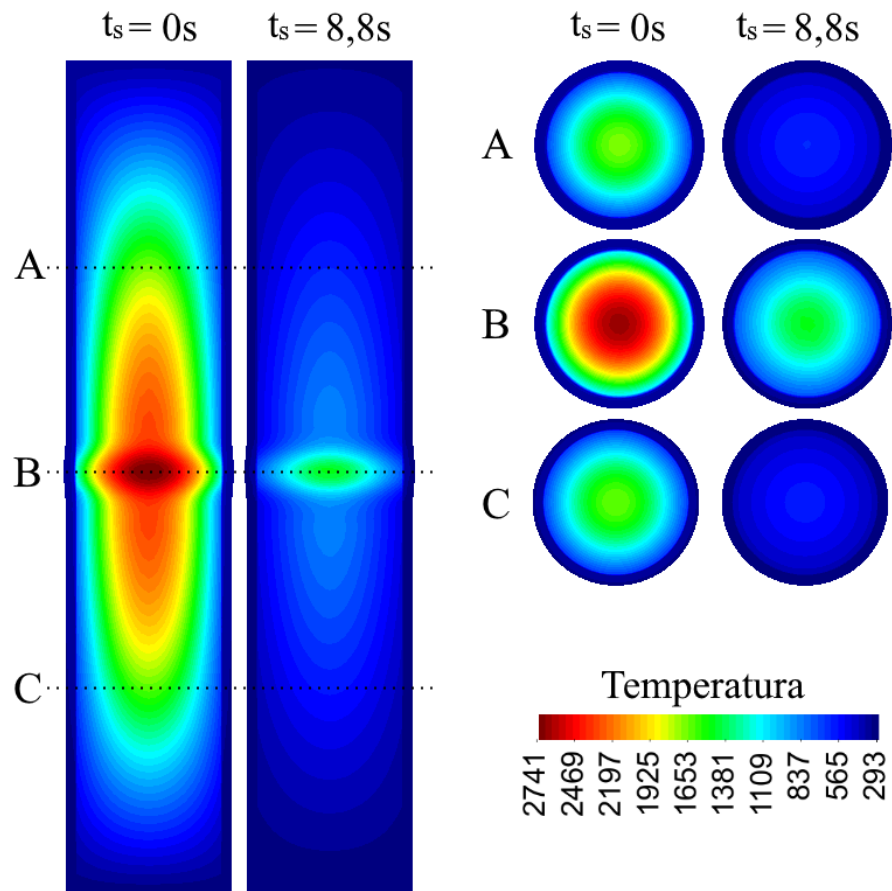


Fonte: Produzido pelo autor.

Completando as análises de *balloonings*, as Figuras 69a e 69b expõem cortes longitudinais e transversais da distribuição geral de temperatura na VC do Caso 4.2 em momentos selecionados, representando sua evolução temporal. Devemos sempre recordar sobre a atenção maior que dever ser conferida a esse tipo de imagem em razão da redução na altura da VC representada.

Nestas figuras vemos como as condições imposta à VC devido ao *ballooning* se reproduzem em todos os estágios da simulação, conservando a repetidamente citada localidade de seus efeitos. Observamos ainda, especialmente por meio do corte transversal na altura cuja deformação é máxima (B), o vertiginoso decréscimo de temperatura entre o

Figura 69a – Cortes longitudinais e transversais da distribuição geral de temperatura na vareta combustível do Caso 4.2 em momentos selecionados

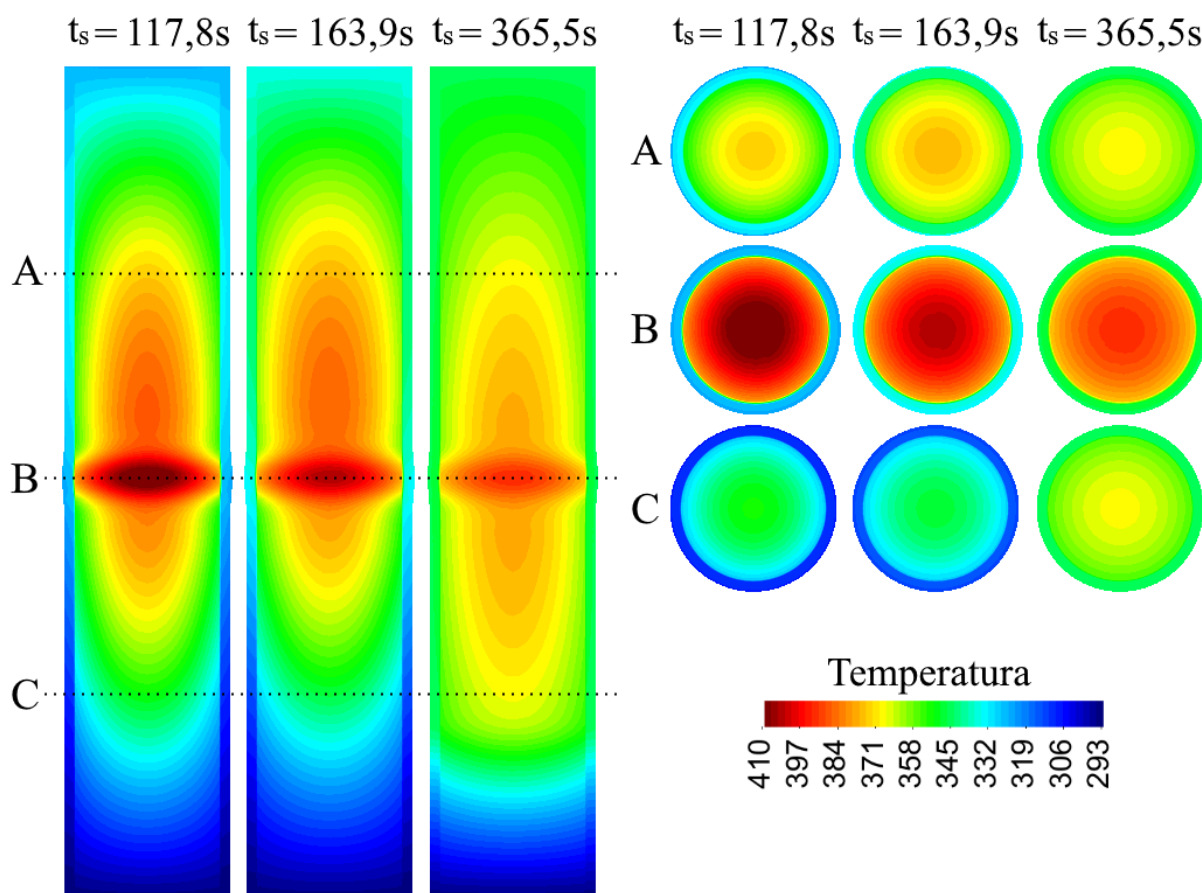


Fonte: Produzido pelo autor.

Nota: Vareta reduzida, altura igual a cinco vezes o diâmetro (1:77).

combustível e o revestimento, mais uma evidência da intensa “resistência” apresenta pelo gap em relação à transferência de calor.

Figura 69b – Cortes longitudinais e transversais da distribuição geral de temperatura na vareta combustível do Caso 4.2 em momentos selecionados



Fonte: Produzido pelo autor.

Nota: Vareta reduzida, altura igual a cinco vezes o diâmetro (1:77).

5.1.5 Custo Computacional

Na [Tabela 20](#) encontram-se alguns dos aspectos técnicos dos principais casos analisados quanto as simulações de desligamento³³, como o tempo computacional necessário para concluí-la, o número de iterações, o valor médio do passo de tempo (adimensional) e o número médio de repetições necessárias por passo de tempo para alcançar a tolerância das “iterações internas”.

Como pode ser visto na [Tabela 20](#), o custo computacional do código desenvolvido não é baixo. Temos que o principal fator responsável por ele é o processo de solução das equações da [VC](#), afinal são centenas de milhares de equações, decorrentes do número de nós das malhas empregadas para as [VC](#), sendo resolvidas centenas de milhares de vezes (número de iterações), com o agravamento das repetições necessárias para o método de acoplamento

³³simulações realizadas em um notebook com processador Intel Core I7-4510U de 2,0 - 2,6GHz e sistema operacional Microsoft Windows 10 de 64 Bits.

Tabela 20 – Aspectos técnicos dos Casos 1, 2, 3, e 4.2

Simulação de desligamento	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4.2
Tempo computacional aproximado	47 h 27 min	47 h 10 min	41 h 1 min	41 h 28 min
Número de iterações	182 207	158 303	182 176	182 196
Passo de tempo (valor médio adimensional)	$3,242 \cdot 10^{-6}$	$3,731 \cdot 10^{-6}$	$3,243 \cdot 10^{-6}$	$3,242 \cdot 10^{-6}$
Número médio de Iterações Internas	1,442	1,896	1,442	1,475
Número de nós da malha	110 576	110 761	110 576	110 576

Fonte: Produzido pelo autor.

Nota: Tolerância das iterações internas (ς): $1,0 \cdot 10^{-3}$.

Tempo de referência (t_0): 618,751 s.

(“iterações internas”).

Deste modo, despende-se entre 41 h e 47 h 30 min nas simulações de desligamento. Um custo sem dúvidas elevado mas que pode, contudo, vir a ser atenuado caso seja empregada, em futuros aprimoramentos, a paralelização utilizando [MPI](#) (Message Passing Interface), um procedimento já aplicado anteriormente em trabalhos no [IEN](#), como em [Gonçalves \(2006\)](#) e [Silva \(2013\)](#).

6 Considerações Finais

Este trabalho mostrou resultados satisfatórios quanto aos testes de verificação empregados, exibindo a propensão das simulações com distintas condições iniciais de temperatura em convergir ao estacionário, um erro máximo de $3,56 \cdot 10^{-2} \%$ em relação à solução analítica do estacionário, boa similitude com os dados da averiguação que utiliza o programa desenvolvido em Affonso (2013), e diferenças quanto ao trabalho de Krepper et al. (2007) que não causam constrangimento ao uso das metodologias adotadas. Condições estas que fornecem indícios de legitimidade aos frutos obtidos por meio dos estudos de caso.

Além disso, chegamos a uma diferença percentual não maior que 3,0 % entre dos dados obtidos mediante o emprego da correlação de Chen e a de Steiner e Taborek para a transferência de calor no regime de ebulição em escoamento. Circunstância que agrega credibilidade aos resultados deste trabalho, pois são dois meios distintos de calcular o fluxo de calor entre VC e CR que, ainda assim, demonstram coerência.

Na comparação entre o uso das rotinas do código NBSNRCE e das correlações da IAPWS ficou evidenciado como a escolha entre as duas fontes para as propriedades físicas do refrigerante provoca pouca divergência entre os resultados alcançados, com um ERP máximo de $5,53 \cdot 10^{-2} \%$ no estacionário e de $3,62 \cdot 10^{-2} \%$ no transiente de desligamento de bomba. Dados que nos permitiram optar por aquela que consome menos tempo computacional, reduzindo, neste aspecto, o custo do programa.

No que concerne aos estudos de caos, concebendo um deslocamento de $0,07 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ no combustível de uma VC, percebemos como a excentricidade gerada ocasiona temperaturas mais elevadas na lateral do revestimento que lhe é favorável. Aspecto que se inverte no combustível, com o aumento de temperatura em sua superfície, assim como o valor máximo desta, que outrora se apresentaria em seu centro, ocorrendo no sentido oposto do deslocamento.

Modelamos uma curvatura na VC com combustível concêntrico, cuja deformação máxima foi de $0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, e contemplamos como seu efeito sobre a distribuição de temperatura foi insignificante. Assumimos que este cenário pode estar ligado a modelagem 1D do CR, que inviabiliza a variação radial de sua área. Hipótese cuja certificação requer estudos com uma modelagem aprimorada.

Verificamos em virtude dos estudos sobre a incidência de *balloonings* em VCs o caráter local de suas consequências, e concluímos que o limite de segurança com o qual devemos permanecer especialmente preocupados é a temperatura de fusão do UO_2 , pois mesmo em casos que apresentam *balloonings* de modestas dimensões (Caso 4.3) esse limite é facilmente excedido.

Deduzimos que tanto a variação de temperatura decorrente da excentricidade do combustível, quanto o significativo aumento de tal grandeza no centro da VC que exhibe a condição de *ballooning*, surgem devido ao gap apresentar-se como uma “resistência” a transferência de calor entre combustível e revestimento.

A respeito do transiente de desligamento, no qual ocorre a perda do sistema de remoção de calor residual (parada de bomba), todas as simulações apresentaram o fenômeno de *Dryout* na mesma altura da VC e em instantes de tempo similares. Concluímos que esta semelhança está essencialmente associada a alta dependência que o CHF possui em relação ao título de vapor e ao fato de, novamente devido a modelagem 1D, este ser idêntico em todos os casos.

Vimos o comportamento da temperatura nas VCs estudadas no desligamento do reator, do seu rápido decréscimo no início, passando pelo seu aumento na parte superior da VC, que se propaga à inferior, até a ocorrência da condição de *Dryout*. Além de observarmos a reprodução, em todos os estágios das simulações, dos efeitos causados pelas condições não usuais analisadas.

Finalmente, condescendemos com o fato das simplificações físicas adotadas para descrever o fenômeno abordado, a transferência de calor em VCs, terem causado restrições aos nossos estudos, principalmente a modelagem 1D do CR. Não obstante, este trabalho angariou resultados oportunos, revelando circunstâncias de interesse sobre o problema investigado, contribuindo assim com o seu conhecimento.

6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Para atenuar os efeitos negativos causados pela modelagem do CR, é sugerido como aprimoramento inicial dividi-lo em duas subseções longitudinais, cada uma com sua própria equação de transporte de energia e responsável por metade da VC. Deste modo, não ocorreria um aumento excessivo no custo computacional e, provavelmente, tornar-se-ia possível obter uma estimativa do quão significativa é a perda de informação devido a

modelagem 1D, especialmente em vista da condição de combustível excêntrico.

Outra alteração importante consiste em permitir a variação da área do canal com a altura, sobretudo caso acoplada à sugestão anterior, pois dessa maneira informações relevantes sobre as deformações das VCs seriam obtidas, principalmente em relação à curvatura, que neste trabalho não demonstrou significativa influência sobre os resultados.

Ter-se-ia igualmente progresso caso fossem implementadas correlações para a transferência de calor nos regimes superiores ao CHF, viabilizando assim a contemplação do momento em que o revestimento alcança sua temperatura limite.

Como fenômenos locais são muito relevantes em estudos envolvendo VCs sob condições não usuais, seria oportuno implementar um algoritmo de refinamento adaptativo de malhas para reduzir eventuais erros decorrentes das discretizações da VC, do CR e, inclusive, do uso das rotinas que aplicam deformidades à primeira.

Com o propósito de reduzir o custo computacional verificado, é proposta a paralelização do programa desenvolvido por meio de métodos já em prática no IEN.

Por fim, seria de grande valia incorporar análises neutrônicas ao programa e, desse modo, possibilitar simulações de inserção de reatividade, permitindo, entre outros, o estudo da inicialização dos reatores.

Referências

ADAMSON, M. G.; AITKEN, E. A.; CAPUTI, R. W. Experimental and thermodynamic evaluation of the melting behavior of irradiated oxide fuels. *Journal of Nuclear Materials*, Elsevier, v. 130, p. 349–365, 1985.

AFFONSO, R. R. W. *Desenvolvimento de um Código Computacional 3-D para Estudos de Transferência de Calor em Varetas Combustíveis, em Situações Não Usuais*. Dissertação (Mestrado em Ciência e Tecnologia Nucleares) — Programa de Pós-Graduação em Ciência e Tecnologia Nucleares, Instituto de Engenharia Nuclear, Rio de Janeiro, Março 2013.

AGUIAR, J. C. G. J. *Cálculo da Distribuição de Temperatura em Varetas Combustíveis: Estudos do Efeito da Excentricidade no Posicionamento das Pastilhas de UO_2* . Dissertação (Mestrado em Engenharia de Reatores) — Programa de Pós-Graduação em Ciência e Tecnologia Nucleares, Instituto de Engenharia Nuclear, Rio de Janeiro, Maio 2010.

AHMAD, S. Y. Axial distribution of bulk temperature and void fraction in a heated channel with inlet subcooling. *Journal of Heat Transfer*, American Society of Mechanical Engineers, v. 92, n. 4, p. 595–609, 1970.

ANSYS. *ANSYS-CFX*. 2016. Disponível em: <<http://www.ansys.com/Products/Fluids/ANSYS-CFX>>. Acesso em: 27 ago. 2016.

BARTOLOMEJ, G.; CHANTURIYA, V. Experimental study of true void fraction when boiling subcooled water in vertical tubes. *Thermal Engineering*, v. 14, n. 7, p. 123–128, 1967.

BERGLES, A. E.; ROHSENOW, W. M. The determination of forced-convection surface-boiling heat transfer. *Journal of Heat Transfer*, American Society of Mechanical Engineers, v. 86, n. 3, p. 365–372, 1964.

BERTIN, J. J.; CUMMINGS, R. M. *Aerodynamics for Engineers*. [S.l.]: Pearson Education, 2014. v. 6.

BORDELON, F. M. Calculation of flow coastdown after loss of reactor coolant pump (phoenix code). *WCAP - 7973*, September 1972.

BOWRING, R. W. A new mixed flow cluster dryout correlation for pressures in the range 0.6-15.5 MN/m² for use in a transient blowdown code. In: *Proceedings of the IME Meeting on Reactor Safety, Paper C217*. Manchester: [s.n.], 1977.

CACUCI, D. G. *Handbook of Nuclear Engineering: Vol. 1: Nuclear Engineering Fundamentals; Vol. 2: Reactor Design; Vol. 3: Reactor Analysis; Vol. 4: Reactors of Generations III and IV; Vol. 5: Fuel Cycles, Decommissioning, Waste Disposal and Safeguards*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2010.

ÇENGEL, Y. A.; CIMBALA, J. M. *Fluid mechanics: Fundamentals and Applications*. Third edition. [S.l.]: McGraw-Hill, 2014.

CHEN, J. C. Correlation for boiling heat transfer to saturated fluids in convective flow. *Industrial & engineering chemistry process design and development*, ACS Publications, v. 5, n. 3, p. 322–329, 1966.

CHEXAL, B.; LELLOUCHE, G.; HOROWITZ, J.; HEALZER, J. A void fraction correlation for generalized applications. *Progress in nuclear energy*, Elsevier, v. 27, n. 4, p. 255–295, 1992.

COLLIER, J. G.; THOME, J. R. *Convective boiling and condensation*. [S.l.]: Oxford University Press, 1994.

COOPER, J. R.; DOOLEY, R. B. Revised release on the IAPWS industrial formulation 1997 for the thermodynamic properties of water and steam. the international association for the properties of water and steam. IAPWS, Lucerne, Switzerland, August 2007.

COOPER, J. R.; DOOLEY, R. B. Release on the IAPWS formulation 2008 for the viscosity of ordinary water substance. the international association for the properties of water and steam. IAPWS, Berlin, Germany, September 2008.

DAUCIK, K.; DOOLEY, R. B. Release on the IAPWS formulation 2011 for the thermal conductivity of ordinary water substance. the international association for the properties of water and steam. IAPWS, Plzeň, Czech Republic, September 2011.

DAUCIK, K.; DOOLEY, R. B. Revised release on the pressure along the melting and sublimation curves of ordinary water substance. the international association for the properties of water and steam. IAPWS, Plzeň, Czech Republic, September 2011.

DITTUS, F. W.; BOELTER, L. M. K. Heat transfer in automobile radiators of the tubular type. University of California, Berkeley. Publications in English, v. 2, p. 443–461, 1930.

EPE. *Balanco Energético Nacional 2015: Ano base 2014*. Rio de Janeiro, 2015.

GHIAASIAAN, S. M. *Two-phase flow, boiling, and condensation: in conventional and miniature systems*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007.

GNIELINSKI, V. New equations for heat and mass-transfer in turbulent pipe and channel flow. *International chemical engineering*, AMER INST CHEMICAL ENGINEERS 345 E 47TH ST, NEW YORK, NY 10017, v. 16, n. 2, p. 359–368, 1976.

GONÇALVES, M. A. J. *Aplicação da fluidodinâmica computacional à dispersão atmosférica de radionuclídeos na vizinhança de uma central nuclear*. Dissertação (Mestrado Profissional em Engenharia de Reatores) — Programa de Pós-Graduação em Ciência e Tecnologia Nucleares, Instituto de Engenharia Nuclear, Rio de Janeiro, Dezembro 2006.

GOVERS, K.; HAMIDOUCHE, T.; M., V. *Ballooning & relocation during LOCA transients*. Belgium, 2014.

IAEA. Thermophysical properties of materials for water cooled reactors. Vienna, 1997.

IAEA. Thermophysical properties database of materials for light water reactors and heavy water reactors. Vienna, 2006.

- KREPPER, E.; KONČAR, B.; EGOROV, Y. CFD modelling of subcooled boiling—concept, validation and application to fuel assembly design. *Nuclear Engineering and Design*, Elsevier, v. 237, n. 7, p. 716–731, 2007.
- LIN, W.-S.; PEI, B.-S.; LEE, C.-H. Bundle critical power predictions under normal and abnormal conditions in pressurized water reactors. *Nuclear technology*, American Nuclear Society, v. 98, n. 3, p. 354–365, 1992.
- MANNGÅRD, T.; STENGÅRD, J.-O. Evaluation of the halden IFA-650 loss-of-coolant accident experiments 5, 6 and 7. Strålsäkerhetsmyndigheten (SSM), 2014.
- MCADAMS, W. H. *Heat Transmission*. New York, NY: McGraw-Hill, 1942.
- MELENDI, A.; COLL, A.; PASENAU, M.; ESCOLANO, E.; MONROS, A. *www.gidhome.com*. 2016. Disponível em: <<http://www.gidhome.com>>. Acesso em: 29 Jun. 2016.
- MOREIRA, M. D. L.; BOTELHO, D. A. Subrotina de propriedades termodinâmicas da água. *Rio de Janeiro: CNEN/IEN*, 1992.
- ORIGINLAB. *www.originlab.com*. 2016. Disponível em: <<http://www.originlab.com>>. Acesso em: 29 Jun. 2016.
- PEPPER, D. W.; HEINRICH, J. C. *The finite element method: basic concepts and applications*. [S.l.]: Taylor & Francis, 2005.
- PETROVA, T.; DOOLEY, R. B. Revised release on surface tension of ordinary water substance. the international association for the properties of water and steam. IAPWS, Moscow, Russia, June 2014.
- PETROVA, T.; DOOLEY, R. B. Revised release on the IAPWS formulation 1995 for the thermodynamic properties of ordinary water substance for general and scientific use. the international association for the properties of water and steam. IAPWS, Moscow, Russia, June 2014.
- RODRIGUES, I. d. S. *Estudos de Limites Termo-hidráulicos pra Projeto de Varetas Combustível de Reatores Nucleares*. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Reatores) — Programa de Pós-Graduação em Ciência e Tecnologia Nucleares, Instituto de Engenharia Nuclear, Rio de Janeiro, Fevereiro 2012.
- SAHA, P.; ZUBER, N. Point of net vapor generation and vapor void fraction in subcooled boiling. In: *Heat transfer, 1974. Vol. 4*. [S.l.: s.n.], 1974.
- SAMPAIO, P. A. B. d. Heat_transfer_2d_cg.f90. CNEN/IEN, Rio de Janeiro, 2007.
- SILVA, E. B. S. d. *Desenvolvimento e aplicação de código de fluidodinâmica computacional para análise de transiente 3D de mecânica de fluidos e transferência de calor com transporte e decaimento de material radioativo*. Dissertação (Mestrado em Ciência e Tecnologia Nucleares) — Programa de Pós-Graduação em Ciência e Tecnologia Nucleares, Instituto de Engenharia Nuclear, Rio de Janeiro, Abril 2013.
- SILVESTRI, M. Burnout equation and on location of burnout points. *Energia Nucleare (Milan)(Italy)*, CESNEF, Milan, v. 13(9), p. 469–479, 1966.

- STEINER, D.; TABOREK, J. Flow boiling heat transfer in vertical tubes correlated by an asymptotic model. *Heat transfer engineering*, Taylor & Francis, v. 13, n. 2, p. 43–69, 1992.
- TODREAS, N. E.; KAZIMI, M. S. *Nuclear systems 1*. [S.l.]: Taylor & Francis Group, 1990. v. 1.
- TODREAS, N. E.; KAZIMI, M. S. *Nuclear systems: thermal hydraulic fundamentals*. [S.l.]: CRC Press, 2011. v. 1.
- TONG, L.; CURRIN, H.; LARSEN, P.; SMITH, O. Influence of axially nonuniform heat flux on DNB. In: WESTINGHOUSE ELECTRIC CORP., PITTSBURGH. *Chem. Eng. Progr., Symp. Ser., 62: No. 64, 35-40 (1966)*. [S.l.], 1966.
- TONG, L. S. Heat transfer in water-cooled nuclear reactors. *Nuclear Engineering and Design*, Elsevier, v. 6, n. 4, p. 301–324, 1967.
- TONG, L. S. *Boiling crisis and critical heat flux*. [S.l.], 1972.
- TONG, L. S.; TANG, Y. S. *Boiling heat transfer and two-phase flow*. [S.l.]: Taylor & Francis, 1997.
- ZIMMERER, W. *Darstellung der neu integrierten stoffdaten-funktionen im system maplib in tabellarischer und graphischer form*. [S.l.]: Tech. Rep. KfK-Ext.8/78-3, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1978.

Apêndices

APÊNDICE A – Equações de Transporte (Formas Específicas para o Presente Trabalho)

Neste apêndice modificaremos as equações gerais de transferência de calor, cujas deduções são feitas no [Apêndice B](#), para adapta-las ao que é pretendido no presente trabalho.

A.1 Vareta Combustível

Como exposto no [Apêndice B](#), a transferência de calor, em função da temperatura, nos meios líquidos e gasosos é regida pela [equação \(A.1\)](#):

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_v \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T = -p \vec{\nabla} \cdot \vec{v} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' + q''' + \Phi \quad (\text{A.1})$$

Empregaremos essa equação para a transferência de calor no gap da [VC](#), cujo preenchimento é feito por gás hélio. Contudo, adotaremos duas simplificações para a mesma, as quais assumimos que não causarão demasiado prejuízo à modelagem devido à dimensão do gap ser muito pequena: consideraremos que não há movimentação de fluido e que a transferência de calor é feita apenas por condução.

Aplicando tais simplificações na [equação \(A.1\)](#), em conjunto com a Lei de Fourier ([B.41](#)), ela se transforma em:

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (-k \vec{\nabla} T) = 0 \quad (\text{A.2})$$

No que concerne à condução transiente de calor nos demais componentes da [VC](#) (combustível e revestimento), será utilizada a [equação \(A.3\)](#), também deduzida no [Apêndice B](#):

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (-k \vec{\nabla} T) - q''' = 0 \quad (\text{A.3})$$

Combinando ambas as equações, encontramos:

$$\rho_\kappa C_\kappa \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (-k_\kappa \vec{\nabla} T) - q_\kappa''' = 0 \quad (\text{A.4})$$

onde κ assume a função de designar não apenas os componentes da VC, mas também os calores específicos isobárico e isocórico, e se existe ou não “geração de calor” nos materiais.

Adotaremos neste trabalho a formulação variacional para a condução de calor transiente na VC. Objetivando alcançá-la, multiplicamos a equação (A.4) pela função teste φ e a integramos no volume da VC (V_{vc}), obtendo:

$$\int_{V_{vc}} \varphi \rho_\kappa C_\kappa \frac{\partial T}{\partial t} dV_{vc} + \int_{V_{vc}} \varphi \vec{\nabla} \cdot (-k_\kappa \vec{\nabla} T) dV_{vc} - \int_{V_{vc}} \varphi q_\kappa''' dV_{vc} = 0 \quad (\text{A.5})$$

como:

$$\varphi \vec{\nabla} \cdot (-k_\kappa \vec{\nabla} T) = \vec{\nabla} \cdot (-\varphi k_\kappa \vec{\nabla} T) + k_\kappa \vec{\nabla} T \cdot \vec{\nabla} \varphi$$

sabendo que pelo teorema de Gauss (teorema da divergência):

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{x} dV = \int_S \vec{x} \cdot \vec{n} dS \quad (\text{A.6})$$

e aplicando a Lei de Fourier (B.41), chegamos à:

$$\int_{V_{vc}} \varphi \rho_\kappa C_\kappa \frac{\partial T}{\partial t} dV_{vc} + \int_{V_{vc}} k_\kappa \vec{\nabla} T \cdot \vec{\nabla} \varphi dV_{vc} = \int_{V_{vc}} \varphi q_\kappa''' dV_{vc} - \int_{A_{vc}} \varphi \vec{q}'' \cdot \vec{n} dA_{vc} \quad (\text{A.7})$$

onde o termo A_{vc} se refere as áreas das superfícies lateral externa, superior e inferior da VC³⁴. Entretanto, como nos interessamos apenas com o fluxo de calor relativo a área lateral externa (A_w), o qual é considerado sempre perpendicular à esta, podemos transformar a

³⁴Na realidade, o termo A_{vc} faz alusão a todas as áreas que servem de junção para os materiais da VC, contudo, estes pontos de convergência são usualmente ignorados no método que será utilizado para na modelagem numérica do problema (método dos elementos finitos).

equação (A.7) em:

$$\int_{V_{vc}} \varphi \rho_{\kappa} C_{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} dV_{vc} + \int_{V_{vc}} k_{\kappa} \vec{\nabla} T \cdot \vec{\nabla} \varphi dV_{vc} = \int_{V_{vc}} \varphi q_{\kappa}''' dV_{vc} - \int_{A_w} \varphi q'' dA_w \quad (\text{A.8})$$

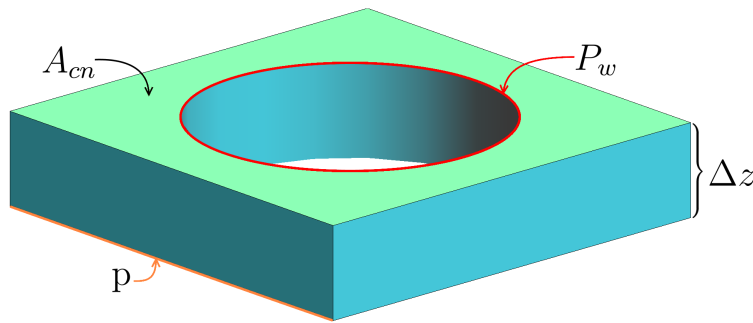
que consiste na formulação variacional para a condução de calor transiente na **VC**, na qual assumimos a condição de contorno do tipo Neumann.

A.2 Canal Refrigerante

Neste trabalho, faremos uso de uma modelagem unidimensional para a equação de transporte de entalpia no **CR**. Contudo, para alcançá-la, partiremos da modelagem tridimensional desenvolvida no **Apêndice B**, equação (B.39), e necessitaremos dar forma a um simbólico **CR** igualmente tridimensional. Chamamo-lo de simbólico pois ele será efetivamente tratado como unidimensional na resolução das equações de transporte pelo programa desenvolvido.

Dependendo de sua posição no elemento combustível e do arranjo de **VCs**, tubos guia e tubos de instrumentação que o circundam, são distintos os formatos nos quais um **CR**, ou sub-canal, de um reator nuclear pode se apresentar, assim como são muitas as formas de representá-los. Desse modo, como o intento neste trabalho é estudar o comportamento, sob distintas circunstâncias, de apenas uma **VC**, assumimos o canal equivalente cujo uma seção de altura Δz é apresentada na **Figura 70** como sendo aquele inerente ao fluxo responsável pela remoção de calor de nossa **VC**.

Figura 70 – Canal refrigerante



Fonte: Produzido pelo autor.

Com o **CR** devidamente representado, podemos agora adequar a equação de trans-

porte de energia (B.39) ao nosso problema, explicitando as simplificações empregadas. Recuperando tal equação, temos:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} h) = \frac{Dp}{Dt} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' + q_{cn}''' + \Phi$$

Primeiro, é necessário salientar que uma mistura homogênea é adotada como modelo de fluxo bifásico (líquido-vapor) de componente único (água). Além disso, desconsideraremos qualquer forma de energia térmica decorrente de reações dentro do CR — muito pequenas comparadas às obtidas na VC devido à fissão:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} h) = \frac{Dp}{Dt} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' + \Phi$$

ignoraremos os efeitos da variação de pressão — simplificação válida para escoamentos com número de Mach muito inferior a 1³⁵:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} h) = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' + \Phi$$

e negligenciaremos a energia térmica gerada por dissipação viscosa — aproximação usualmente adotada para escoamentos com alto número de Reynolds³⁶:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} h) = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' \quad (\text{A.9})$$

Integrando a equação (A.9) sobre o volume de uma seção do CR ($V_{cn_{\Delta z}}$, Figura 70), nos fornece:

$$\int_{V_{cn_{\Delta z}}} \frac{\partial}{\partial t}(\rho h) \, dV_{cn_{\Delta z}} + \int_{V_{cn_{\Delta z}}} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} h) \, dV_{cn_{\Delta z}} = - \int_{V_{cn_{\Delta z}}} \vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' \, dV_{cn_{\Delta z}}$$

Aplicando o teorema de Gauss, equação (A.6), encontramos:

³⁵considerando os valores iniciais (de referência) para as propriedades do escoamento, lidamos com um número de Mach de aproximadamente $5,1 \cdot 10^{-3}$

³⁶e um número de Reynolds de aproximadamente $4,9 \cdot 10^5$

$$\int_{V_{cn\Delta z}} \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) dV_{cn\Delta z} + \int_{S_{cn\Delta z}} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} h dS_{cn\Delta z} = - \int_{S_{cn\Delta z}} \vec{q}'' \cdot \vec{n} dS_{cn\Delta z}$$

Considerando o volume da seção do [CR](#) como uma constante ($V_{cn\Delta z} = A_{cn}\Delta z$) e desconsiderando o fluxo mássico e a troca de calor entre canais, obtemos:

$$A_{cn}\Delta z \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + A_{cn} (\rho v_z h) \Big|_{z+\Delta z} - A_{cn} (\rho v_z h) \Big|_z = \Delta z \int_{P_w} q'' dP_w - A_{cn} q_z'' \Big|_{z+\Delta z} + A_{cn} q_z'' \Big|_z \quad (\text{A.10})$$

onde A_{cn} é a área no canal dada por:

$$A_{cn} = p^2 - \frac{P_w^2}{4\pi}$$

No limite de Δz tendendo a zero a [equação \(A.10\)](#) se torna:

$$A_{cn} \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + A_{cn} \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z h) = \int_{P_w} q'' dP_w - A_{cn} \frac{\partial q_z''}{\partial z}$$

Negligenciando a condução de calor axial no fluido $\left(\frac{\partial q_z''}{\partial z}\right)$ e expandindo as derivadas parciais, encontramos:

$$A_{cn} h \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) \right] + \rho A_{cn} \frac{\partial h}{\partial t} + \rho v_z A_{cn} \frac{\partial h}{\partial z} = \int_{P_w} q'' dP_w$$

A partir da equação de transporte de massa ([B.6](#)), temos que:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0$$

logo:

$$\rho A_{cn} \frac{\partial h}{\partial t} + \rho v_z A_{cn} \frac{\partial h}{\partial z} = \int_{P_w} q'' dP_w$$

Assumindo $\dot{m} = \rho v_z A_{cn}$ chegamos à:

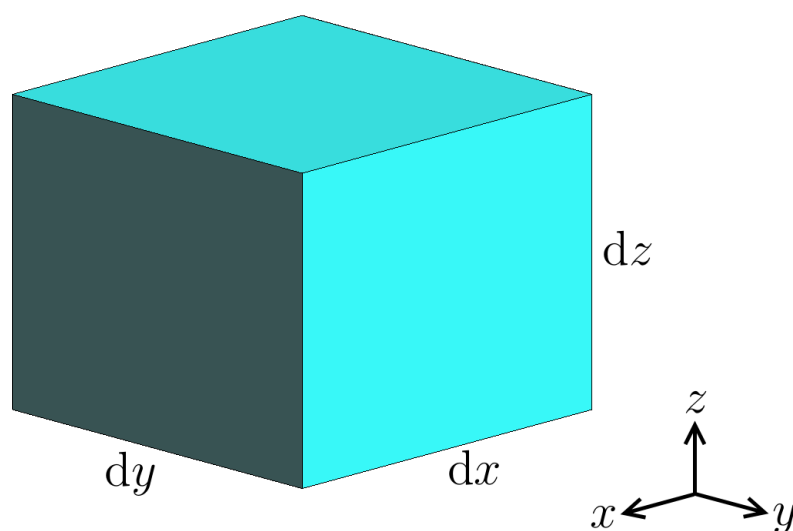
$$\rho A_{cn} \frac{\partial h}{\partial t} + \dot{m} \frac{\partial h}{\partial z} = \int_{P_w} q'' dP_w \quad (\text{A.11})$$

que equivale à equação final para o transporte unidimensional da entalpia em nosso [CR](#), cuja condição de contorno adotada é a de Neumann.

APÊNDICE B – Equações de Transporte (Formas Gerais)

Neste apêndice é utilizado o balanço sobre um volume de controle infinitesimal (δV), [Figura 71](#), para a formulação das equações gerais de transporte de energia em meios líquidos, gasosos e sólidos, com o intuito de alcançar as formas das equações de transferência de calor empregadas neste trabalho.

Figura 71 – Volume de controle infinitesimal



Fonte: Produzido pelo autor.

B.1 Meios Líquidos e Gasosos

Antes de desenvolvermos a equação de transporte de energia para os meios líquidos e gasosos, devemos obter as de massa e momento.

B.1.1 Massa

Tendo em vista a lei de conservação de massa, é necessário que a taxa de variação da mesma dentro do δV seja igual a vazão mássica que nele entra menos a vazão mássica que dele sai, ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = \sum_{entra} \dot{m} - \sum_{sai} \dot{m}$$

Como, nessa abordagem, o volume pode ser tratado como uma constante, temos que:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = \frac{\partial (\rho dx dy dz)}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz$$

logo:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz = \sum_{entra} \dot{m} - \sum_{sai} \dot{m} \quad (\text{B.1})$$

Para derivar as equações das vazões mássicas que entram e saem do δV , primeiro devemos definir em seu centro (\odot) uma densidade ρ e os componentes de velocidade v_x , v_y e v_z , com o intuito de estimar essas propriedades em localidades fora do \odot através da expansão por serie de Taylor centrada em \odot ([ÇENGEL; CIMBALA, 2014](#), p. 440):

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(\odot)}{n!} (x - \odot)^n$$

por exemplo, para face inferior, temos que $x = \odot - \frac{dz}{2}$ e $f(\odot) = \rho v_z$, por ignoramos os componentes da velocidade nas direções x e y , logo:

$$(\rho v_z) \Big|_{\left(\odot - \frac{dz}{2}\right)} = \rho v_z - \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} \frac{dz}{2} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \frac{\partial^{(n)}}{\partial z} (\rho v_z) \left(\frac{dz}{2}\right)^n \quad (\text{B.2})$$

Considerando que um δV , por definição, possui dimensões infinitamente pequenas, a relevância de derivadas maiores do que a de primeira ordem é modesta, sendo assim, podemos aproximar a [equação \(B.2\)](#) por:

$$(\rho v_z) \Big|_{\left(\odot - \frac{dz}{2}\right)} \approx \rho v_z - \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} \frac{dz}{2}$$

Analogamente, para as demais faces obtêm-se:

$$\begin{aligned}
(\rho v_x) \Big|_{\left(\odot + \frac{dx}{2}\right)} &\approx \rho v_x + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} & (\rho v_x) \Big|_{\left(\odot - \frac{dx}{2}\right)} &\approx \rho v_x - \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \\
(\rho v_y) \Big|_{\left(\odot + \frac{dy}{2}\right)} &\approx \rho v_y + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} \frac{dy}{2} & (\rho v_y) \Big|_{\left(\odot - \frac{dy}{2}\right)} &\approx \rho v_y - \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} \frac{dy}{2} \\
(\rho v_z) \Big|_{\left(\odot + \frac{dz}{2}\right)} &\approx \rho v_z + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \frac{dz}{2} & &
\end{aligned}$$

Sabendo que as vazões mássicas estão intrinsecamente ligadas as área das superfícies pelas quais entram ou saem do δV , temos que:

$$\begin{aligned}
\dot{m} \Big|_{\left(\odot + \frac{dx}{2}\right)} &\approx \left[\rho v_x + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dydz & \dot{m} \Big|_{\left(\odot - \frac{dx}{2}\right)} &\approx \left[\rho v_x - \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dydz \\
\dot{m} \Big|_{\left(\odot + \frac{dy}{2}\right)} &\approx \left[\rho v_y + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz & \dot{m} \Big|_{\left(\odot - \frac{dy}{2}\right)} &\approx \left[\rho v_y - \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz \\
\dot{m} \Big|_{\left(\odot + \frac{dz}{2}\right)} &\approx \left[\rho v_z + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy & \dot{m} \Big|_{\left(\odot - \frac{dz}{2}\right)} &\approx \left[\rho v_z - \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy
\end{aligned}$$

ou seja:

$$\begin{aligned}
\sum_{entra} \dot{m} &\approx \left[\rho v_x - \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dydz + \left[\rho v_y - \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz + \\
&\quad \left[\rho v_z - \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy
\end{aligned} \tag{B.3}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{sai} \dot{m} &\approx \left[\rho v_x + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dydz + \left[\rho v_y + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz + \\
&\quad \left[\rho v_z + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy
\end{aligned} \tag{B.4}$$

Substituindo as equações (B.3) e (B.4) na equação (B.1), obtemos:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz = - \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} dx dy dz - \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} dx dy dz - \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} dx dy dz$$

que resulta em:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \tag{B.5}$$

Como $\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ e $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$, a [equação \(B.5\)](#) pode ser resumida à:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (\text{B.6})$$

B.1.2 Momento

A equação de momento é derivada a partir da constatação de que a taxa de variação de momento dentro do δV é igual ao fluxo de momento que nele entra menos o fluxo de momento que dele sai mais a ação das forças externas sobre ele, ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V \rho \vec{v} dV \right) = \sum_{entra} \dot{m} \vec{v} - \sum_{sai} \dot{m} \vec{v} + \sum \vec{F}$$

Reorganizando, e lembrando que o volume pode ser tratado como constante, temos que:

$$\frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial t} dxdydz + \sum_{sai} \dot{m} \vec{v} - \sum_{entra} \dot{m} \vec{v} = \sum \vec{F} \quad (\text{B.7})$$

Fazendo para o fluxo de momento que entra e sai do δV o mesmo que foi feito para a vazão mássica na [subseção B.1.1](#), obtemos:

$$\begin{aligned} \dot{m} \vec{v} \Big|_{\left(\odot + \frac{dx}{2} \right)} &\approx \left[\rho v_x \vec{v} + \frac{\partial (\rho v_x \vec{v})}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dydz & \dot{m} \vec{v} \Big|_{\left(\odot - \frac{dx}{2} \right)} &\approx \left[\rho v_x \vec{v} - \frac{\partial (\rho v_x \vec{v})}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dydz \\ \dot{m} \vec{v} \Big|_{\left(\odot + \frac{dy}{2} \right)} &\approx \left[\rho v_y \vec{v} + \frac{\partial (\rho v_y \vec{v})}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dxdz & \dot{m} \vec{v} \Big|_{\left(\odot - \frac{dy}{2} \right)} &\approx \left[\rho v_y \vec{v} - \frac{\partial (\rho v_y \vec{v})}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dxdz \\ \dot{m} \vec{v} \Big|_{\left(\odot + \frac{dz}{2} \right)} &\approx \left[\rho v_z \vec{v} + \frac{\partial (\rho v_z \vec{v})}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dxdy & \dot{m} \vec{v} \Big|_{\left(\odot - \frac{dz}{2} \right)} &\approx \left[\rho v_z \vec{v} - \frac{\partial (\rho v_z \vec{v})}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dxdy \end{aligned}$$

logo:

$$\begin{aligned} \sum_{entra} \dot{m} \vec{v} &\approx \left[\rho v_x \vec{v} - \frac{\partial (\rho v_x \vec{v})}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dydz + \left[\rho v_y \vec{v} - \frac{\partial (\rho v_y \vec{v})}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dxdz + \\ &\quad \left[\rho v_z \vec{v} - \frac{\partial (\rho v_z \vec{v})}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dxdy \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

$$\sum_{sai} \dot{m} \vec{v} \approx \left[\rho v_x \vec{v} + \frac{\partial (\rho v_x \vec{v})}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dy dz + \left[\rho v_y \vec{v} + \frac{\partial (\rho v_y \vec{v})}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz + \left[\rho v_z \vec{v} + \frac{\partial (\rho v_z \vec{v})}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy \quad (\text{B.9})$$

Substituindo as equações (B.8) e (B.9) na equação (B.7), temos como resultado:

$$\left[\frac{\partial (\vec{v} \rho)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_x \vec{v})}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v_y \vec{v})}{\partial y} + \frac{\partial (\rho v_z \vec{v})}{\partial z} \right] dx dy dz = \sum \vec{F} \quad (\text{B.10})$$

No que concerne às forças externas, dois tipos devem ser contemplados: os que agem sobre a superfície do δV (forças de superfície — \vec{F}_s) e os que agem sobre todo o δV (forças de campo — \vec{F}_c).

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_s + \vec{F}_c \quad (\text{B.11})$$

As forças de campo são aquelas providas da ação de campos tais como o gravitacional, magnético e elétrico. Uma força genérica conservativa por unidade de massa \vec{f} , cuja ação sobre um δV é dada por $\rho \vec{f} dx dy dz$, será empregada para representá-las:

$$\vec{F}_c = \rho \vec{f} dx dy dz \quad (\text{B.12})$$

Podemos subdividir as forças de superfície entre normais (\vec{F}_σ) e tangenciais (de cisalhamento — \vec{F}_τ), as quais são modeladas a partir das tensões normais σ_{ij} e de cisalhamento (viscosa) τ_{ij} , onde i e j indicam, respectivamente, a direção do vetor normal à superfície em que a tensão atua e a direção em que ela atua. Por exemplo, na superfície superior do δV temos:

$$F_{s,z^+,\sigma} = \sigma_{zz} dx dy$$

$$F_{s,z^+,\tau} = \tau_{zx} \tau_{zy} dx dy$$

Similarmente à subseção B.1.1, usaremos a expansão por série de Taylor para representar as forças de superfície. Considerando as tensões que atuam na direção z ,

obtemos:

$$\begin{aligned}
\sigma_{zz}\Big|_{\left(\odot+\frac{dz}{2}\right)} &\approx \left(\sigma_{zz} + \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}\frac{dz}{2}\right) dx dy & \sigma_{zz}\Big|_{\left(\odot-\frac{dz}{2}\right)} &\approx \left(\sigma_{zz} - \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}\frac{dz}{2}\right) dx dy \\
\tau_{xz}\Big|_{\left(\odot+\frac{dx}{2}\right)} &\approx \left(\tau_{xz} + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}\frac{dx}{2}\right) dy dz & \tau_{xz}\Big|_{\left(\odot-\frac{dx}{2}\right)} &\approx \left(\tau_{xz} - \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}\frac{dx}{2}\right) dy dz \\
\tau_{yz}\Big|_{\left(\odot+\frac{dy}{2}\right)} &\approx \left(\tau_{yz} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}\frac{dy}{2}\right) dx dz & \tau_{yz}\Big|_{\left(\odot-\frac{dy}{2}\right)} &\approx \left(\tau_{yz} - \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}\frac{dy}{2}\right) dx dz
\end{aligned}$$

Já para as tensões que agem na direção x , encontramos:

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx}\Big|_{\left(\odot+\frac{dx}{2}\right)} &\approx \left(\sigma_{xx} + \frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x}\frac{dx}{2}\right) dy dz & \sigma_{xx}\Big|_{\left(\odot-\frac{dx}{2}\right)} &\approx \left(\sigma_{xx} - \frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x}\frac{dx}{2}\right) dy dz \\
\tau_{yx}\Big|_{\left(\odot+\frac{dy}{2}\right)} &\approx \left(\tau_{yx} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}\frac{dy}{2}\right) dx dz & \tau_{yx}\Big|_{\left(\odot-\frac{dy}{2}\right)} &\approx \left(\tau_{yx} - \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}\frac{dy}{2}\right) dx dz \\
\tau_{zx}\Big|_{\left(\odot+\frac{dz}{2}\right)} &\approx \left(\tau_{zx} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}\frac{dz}{2}\right) dx dy & \tau_{zx}\Big|_{\left(\odot-\frac{dz}{2}\right)} &\approx \left(\tau_{zx} - \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}\frac{dz}{2}\right) dx dy
\end{aligned}$$

E perante as tensões presentes na direção y , conseguimos:

$$\begin{aligned}
\sigma_{yy}\Big|_{\left(\odot+\frac{dy}{2}\right)} &\approx \left(\sigma_{yy} + \frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y}\frac{dy}{2}\right) dx dz & \sigma_{yy}\Big|_{\left(\odot-\frac{dy}{2}\right)} &\approx \left(\sigma_{yy} - \frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y}\frac{dy}{2}\right) dx dz \\
\tau_{xy}\Big|_{\left(\odot+\frac{dx}{2}\right)} &\approx \left(\tau_{xy} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}\frac{dx}{2}\right) dy dz & \tau_{xy}\Big|_{\left(\odot-\frac{dx}{2}\right)} &\approx \left(\tau_{xy} - \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}\frac{dx}{2}\right) dy dz \\
\tau_{zy}\Big|_{\left(\odot+\frac{dz}{2}\right)} &\approx \left(\tau_{zy} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}\frac{dz}{2}\right) dx dy & \tau_{zy}\Big|_{\left(\odot-\frac{dz}{2}\right)} &\approx \left(\tau_{zy} - \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}\frac{dz}{2}\right) dx dy
\end{aligned}$$

O que resulta em:

$$F_{s,z} \approx \left(\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}\right) dx dy dz \quad (\text{B.13a})$$

$$F_{s,x} \approx \left(\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}\right) dx dy dz \quad (\text{B.13b})$$

$$F_{s,y} \approx \left(\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}\right) dx dy dz \quad (\text{B.13c})$$

As tensões normais σ_{xx} , σ_{yy} e σ_{zz} podem ainda ser expandidas em componentes de pressão e de tensão viscosa:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= -p + \tau_{xx} \\ \sigma_{yy} &= -p + \tau_{yy} \\ \sigma_{zz} &= -p + \tau_{zz}\end{aligned}\tag{B.14}$$

Aplicando a equação (B.14) nas equações (B.13a), (B.13b) e (B.13c), obtemos:

$$F_{s,x} \approx \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial x} \right) dx dy dz \tag{B.15a}$$

$$F_{s,y} \approx \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial y} \right) dx dy dz \tag{B.15b}$$

$$F_{s,z} \approx \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} \right) dx dy dz \tag{B.15c}$$

Finalmente, substituindo as equações (B.11), (B.12), (B.15a), (B.15b) e (B.15c) na (B.10) e expandindo em componentes, chegamos à forma geral e conservativa da equação de momento:

$$\frac{\partial (\rho v_x)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_x v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v_y v_x)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho v_z v_x)}{\partial z} = \rho g_x + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial x} \tag{B.16a}$$

$$\frac{\partial (\rho v_y)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_x v_y)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v_y v_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho v_z v_y)}{\partial z} = \rho g_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial y} \tag{B.16b}$$

$$\frac{\partial (\rho v_z)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_x v_z)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v_y v_z)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho v_z v_z)}{\partial z} = \rho g_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} \tag{B.16c}$$

Considerando o produto diádico $\vec{v}\vec{v}$ e o tensor de segunda ordem $\bar{\bar{\tau}}$, dados por:

$$\vec{v}\vec{v} = \begin{bmatrix} v_x v_x & v_x v_y & v_x v_z \\ v_y v_x & v_y v_y & v_y v_z \\ v_z v_x & v_z v_y & v_z v_z \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \bar{\bar{\tau}} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{bmatrix}$$

as equações (B.16a), (B.16b) e (B.16c) podem ser simplificadas, tornando-se:

$$\frac{\partial(\rho\vec{v})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{v}\vec{v}) = \rho\vec{f} - \vec{\nabla}p + \vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{\tau}} \quad (\text{B.17})$$

Expressando a equação (B.17) na forma não-conservativa:

$$\vec{v} \left[\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{v}) \right] + \rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho\vec{f} - \vec{\nabla}p + \vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{\tau}} \quad (\text{B.18})$$

onde $\frac{D}{Dt}$ é a derivada material dada por:

$$\frac{D\vec{x}}{Dt} = \frac{\partial\vec{x}}{\partial t} + \vec{v} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{x}) \quad \text{ou} \quad \frac{Dx}{Dt} = \frac{\partial x}{\partial t} + \vec{v} \cdot (\vec{\nabla}x)$$

podemos substituir a equação de transporte de massa (B.6) na (B.18) e encontrar uma forma para a equação de momento que nos é oportuna:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho\vec{f} - \vec{\nabla}p + \vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{\tau}} \quad (\text{B.19})$$

B.1.3 Energia

Para a modelagem da equação de transporte de energia começaremos com uma formulação conveniente da primeira lei da termodinâmica, na qual a taxa de acúmulo de energia no δV é igual a diferença entre as taxas de energia que entram e que saem dele devido à vazão mássica, mais as taxas líquidas de transferência de calor para ele e de realização de trabalho (potência mecânica) por ele, ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V e \rho dV \right) = \sum_{entra} \dot{m}e - \sum_{sai} \dot{m}e + \dot{Q} - \dot{W} \quad (\text{B.20})$$

A taxa líquida de transferência de calor para o δV é dada pela diferença entre as taxas de adição e de remoção de calor dele pelo seu entorno, respectivamente, $\sum_{entra} \dot{Q}$ e $\sum_{sai} \dot{Q}$, mais o “calor gerado” (energia térmica obtida através de reações químicas, nucleares, etc.) dentro dele, \dot{Q}_{gen} :

$$\dot{Q} = \sum_{entra} \dot{Q} - \sum_{sai} \dot{Q} + \dot{Q}_{gen} \quad (\text{B.21})$$

O “calor gerado” pode ser concebido como sendo igual a integral da taxa volumétrica de “geração de calor” (q''') sobre todo o volume:

$$\dot{Q}_{gen} = \int_V q''' dV = q''' dx dy dz \quad (\text{B.22})$$

São várias as formas de trabalho inclusas na taxa líquida de realização de trabalho, como aquelas que contemplam os exercidos para superar os efeitos da pressão e da tensão viscosa. Contudo, o trabalho procedente das forças de campo não constará neste termo por estar incluso na energia total por unidade de massa (e) mediante a energia potencial (ϕ) (BERTIN; CUMMINGS, 2014, p. 79). Contemplando apenas os trabalhos decorrentes da pressão e da tensão viscosa, temos:

$$\dot{W} = \dot{W}_p + \dot{W}_\tau \quad (\text{B.23})$$

Substituindo as equações (B.21), (B.22) e (B.23) na (B.20), e considerando o volume como constante, chegamos à:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(e\rho)}{\partial t} dx dy dz = & \sum_{entra} \dot{m} \left(\frac{p}{\rho} + e \right) - \sum_{sai} \dot{m} \left(\frac{p}{\rho} + e \right) + \sum_{entra} \dot{Q} - \sum_{sai} \dot{Q} + \\ & q''' dx dy dz - \dot{W}_p - \dot{W}_\tau \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

Usando novamente a abordagem empregada nas subseções B.1.1 e B.1.2 em um elemento central de densidade ρ , componentes de velocidade v_x , v_y e v_z , e energia total e , obtemos:

$$\begin{aligned} \dot{m}e \Big|_{\left(\odot + \frac{dx}{2}\right)} &\approx \left[\rho v_x e + \frac{\partial(\rho v_x e)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dy dz & \dot{m}e \Big|_{\left(\odot - \frac{dx}{2}\right)} &\approx \left[\rho v_x e - \frac{\partial(\rho v_x e)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dy dz \\ \dot{m}e \Big|_{\left(\odot + \frac{dy}{2}\right)} &\approx \left[\rho v_y e + \frac{\partial(\rho v_y e)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz & \dot{m}e \Big|_{\left(\odot - \frac{dy}{2}\right)} &\approx \left[\rho v_y e - \frac{\partial(\rho v_y e)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz \\ \dot{m}e \Big|_{\left(\odot + \frac{dz}{2}\right)} &\approx \left[\rho v_z e + \frac{\partial(\rho v_z e)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy & \dot{m}e \Big|_{\left(\odot - \frac{dz}{2}\right)} &\approx \left[\rho v_z e - \frac{\partial(\rho v_z e)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy \end{aligned}$$

ou seja:

$$\sum_{entra} \dot{m}e \approx \left[\rho v_x e - \frac{\partial(\rho v_x e)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dydz + \left[\rho v_y e - \frac{\partial(\rho v_y e)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz + \left[\rho v_z e - \frac{\partial(\rho v_z e)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy \quad (B.25)$$

$$\sum_{sai} \dot{m}e \approx \left[\rho v_x e + \frac{\partial(\rho v_x e)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dydz + \left[\rho v_y e + \frac{\partial(\rho v_y e)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz + \left[\rho v_z e + \frac{\partial(\rho v_z e)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy \quad (B.26)$$

Analogamente, para as taxas de adição e remoção de calor, contemplando os componentes de fluxo de calor q''_x , q''_y e q''_z , temos:

$$\begin{aligned} \dot{Q}|_{(\odot+\frac{dx}{2})} &\approx \left(q''_x + \frac{\partial q''_x}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dydz & \dot{Q}|_{(\odot-\frac{dx}{2})} &\approx \left(q''_x - \frac{\partial q''_x}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dydz \\ \dot{Q}|_{(\odot+\frac{dy}{2})} &\approx \left(q''_y + \frac{\partial q''_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dz & \dot{Q}|_{(\odot-\frac{dy}{2})} &\approx \left(q''_y - \frac{\partial q''_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dz \\ \dot{Q}|_{(\odot+\frac{dz}{2})} &\approx \left(q''_z + \frac{\partial q''_z}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) dx dy & \dot{Q}|_{(\odot-\frac{dz}{2})} &\approx \left(q''_z - \frac{\partial q''_z}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) dx dy \end{aligned}$$

logo:

$$\sum_{entra} \dot{Q} \approx \left(q''_x - \frac{\partial q''_x}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dydz + \left(q''_y - \frac{\partial q''_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dz + \left(q''_z - \frac{\partial q''_z}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) dx dy \quad (B.27)$$

$$\sum_{sai} \dot{Q} \approx \left(q''_x + \frac{\partial q''_x}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dydz + \left(q''_y + \frac{\partial q''_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dz + \left(q''_z + \frac{\partial q''_z}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) dx dy \quad (B.28)$$

Já para o trabalho devido à pressão p , considerando os componentes de velocidade v_x , v_y e v_z , chegamos à:

$$\begin{aligned} \dot{W}_p|_{(\odot+\frac{dx}{2})} &\approx \left[p v_x + \frac{\partial(p v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dydz & \dot{W}_p|_{(\odot-\frac{dx}{2})} &\approx \left[p v_x - \frac{\partial(p v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dydz \\ \dot{W}_p|_{(\odot+\frac{dy}{2})} &\approx \left[p v_y + \frac{\partial(p v_y)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz & \dot{W}_p|_{(\odot-\frac{dy}{2})} &\approx \left[p v_y - \frac{\partial(p v_y)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz \\ \dot{W}_p|_{(\odot+\frac{dz}{2})} &\approx \left[p v_z + \frac{\partial(p v_z)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy & \dot{W}_p|_{(\odot-\frac{dz}{2})} &\approx \left[p v_z - \frac{\partial(p v_z)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy \end{aligned} \quad (B.29)$$

ou seja:

$$\dot{W}_p \approx \left[\frac{\partial (pv_x)}{\partial x} + \frac{\partial (pv_y)}{\partial y} + \frac{\partial (pv_z)}{\partial z} \right] dx dy dz \quad (\text{B.30})$$

E para o trabalho decorrente dos efeitos da tensão viscosa, obtemos para a direção x :

$$\begin{aligned} \tau_{xx}v_x \Big|_{\left(\odot+\frac{dx}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{xx}v_x + \frac{\partial (\tau_{xx}v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dy dz & \tau_{xx}v_x \Big|_{\left(\odot-\frac{dx}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{xx}v_x - \frac{\partial (\tau_{xx}v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dy dz \\ \tau_{yx}v_x \Big|_{\left(\odot+\frac{dy}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{yx}v_x + \frac{\partial (\tau_{yx}v_x)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz & \tau_{yx}v_x \Big|_{\left(\odot-\frac{dy}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{yx}v_x - \frac{\partial (\tau_{yx}v_x)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz \\ \tau_{zx}v_x \Big|_{\left(\odot+\frac{dz}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{zx}v_x + \frac{\partial (\tau_{zx}v_x)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy & \tau_{zx}v_x \Big|_{\left(\odot-\frac{dz}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{zx}v_x - \frac{\partial (\tau_{zx}v_x)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy \end{aligned}$$

para a direção y :

$$\begin{aligned} \tau_{xy}v_y \Big|_{\left(\odot+\frac{dx}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{xy}v_y + \frac{\partial (\tau_{xy}v_y)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dy dz & \tau_{xy}v_y \Big|_{\left(\odot-\frac{dx}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{xy}v_y - \frac{\partial (\tau_{xy}v_y)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dy dz \\ \tau_{yy}v_y \Big|_{\left(\odot+\frac{dy}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{yy}v_y + \frac{\partial (\tau_{yy}v_y)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz & \tau_{yy}v_y \Big|_{\left(\odot-\frac{dy}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{yy}v_y - \frac{\partial (\tau_{yy}v_y)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz \\ \tau_{zy}v_y \Big|_{\left(\odot+\frac{dz}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{zy}v_y + \frac{\partial (\tau_{zy}v_y)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy & \tau_{zy}v_y \Big|_{\left(\odot-\frac{dz}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{zy}v_y - \frac{\partial (\tau_{zy}v_y)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy \end{aligned}$$

para a direção z :

$$\begin{aligned} \tau_{xz}v_z \Big|_{\left(\odot+\frac{dx}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{xz}v_z + \frac{\partial (\tau_{xz}v_z)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dy dz & \tau_{xz}v_z \Big|_{\left(\odot-\frac{dx}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{xz}v_z - \frac{\partial (\tau_{xz}v_z)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dy dz \\ \tau_{yz}v_z \Big|_{\left(\odot+\frac{dy}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{yz}v_z + \frac{\partial (\tau_{yz}v_z)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz & \tau_{yz}v_z \Big|_{\left(\odot-\frac{dy}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{yz}v_z - \frac{\partial (\tau_{yz}v_z)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz \\ \tau_{zz}v_z \Big|_{\left(\odot+\frac{dz}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{zz}v_z + \frac{\partial (\tau_{zz}v_z)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy & \tau_{zz}v_z \Big|_{\left(\odot-\frac{dz}{2}\right)} &\approx \left[\tau_{zz}v_z - \frac{\partial (\tau_{zz}v_z)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy \end{aligned}$$

somando os termos de entrada e subtraindo os de saída, encontramos:

$$\begin{aligned} \dot{W}_\tau \approx - \left[\frac{\partial (\tau_{xx}v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\tau_{xy}v_y)}{\partial x} + \frac{\partial (\tau_{xz}v_z)}{\partial x} + \frac{\partial (\tau_{yx}v_x)}{\partial y} + \frac{\partial (\tau_{yy}v_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\tau_{yz}v_z)}{\partial y} + \right. \\ \left. \frac{\partial (\tau_{zx}v_x)}{\partial z} + \frac{\partial (\tau_{zy}v_y)}{\partial z} + \frac{\partial (\tau_{zz}v_z)}{\partial z} \right] dx dy dz \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

que também pode ser representado como:

$$\dot{W}_\tau \approx - \left[\frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xx}v_x + \tau_{xy}v_y + \tau_{xz}v_z) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{yx}v_x + \tau_{yy}v_y + \tau_{yz}v_z) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zx}v_x + \tau_{zy}v_y + \tau_{zz}v_z) \right] dx dy dz \quad (\text{B.32})$$

Substituindo as equações (B.25), (B.26), (B.27), (B.28), (B.30), (B.32) na (B.24), obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(e\rho)}{\partial t} = & - \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x e) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v_y e) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z e) \right] - \\ & \left(\frac{\partial q''_x}{\partial x} + \frac{\partial q''_y}{\partial y} + \frac{\partial q''_z}{\partial z} \right) + q''' - \left[\frac{\partial(pv_x)}{\partial x} + \frac{\partial(pv_y)}{\partial y} + \frac{\partial(pv_z)}{\partial z} \right] + \\ & \left[\frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xx}v_x + \tau_{xy}v_y + \tau_{xz}v_z) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{yx}v_x + \tau_{yy}v_y + \tau_{yz}v_z) + \right. \\ & \left. \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zx}v_x + \tau_{zy}v_y + \tau_{zz}v_z) \right] \end{aligned}$$

que pode ser resumida à:

$$\frac{\partial(e\rho)}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} e) - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' + q''' - \vec{\nabla} \cdot (p \vec{v}) + \vec{\nabla} \cdot (\bar{\vec{\tau}} \cdot \vec{v}) \quad (\text{B.33})$$

Podemos ainda escrever a equação acima de uma forma que nos é mais propícia, dividindo o termo referente ao trabalho decorrente dos efeitos da tensão viscosa em:

$$\vec{\nabla} \cdot (\bar{\vec{\tau}} \cdot \vec{v}) \equiv \vec{v} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \bar{\vec{\tau}}) + \Phi \quad (\text{B.34})$$

onde Φ é a “geração de calor” por dissipação viscosa. Substituindo a equação (B.34) na (B.33), encontramos:

$$\frac{\partial(e\rho)}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} e) - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' + q''' - \vec{\nabla} \cdot (p \vec{v}) + \vec{v} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \bar{\vec{\tau}}) + \Phi \quad (\text{B.35})$$

que se refere à equação de transporte de energia em função da energia total do sistema.

B.1.3.1 Em Função da Energia Interna

Como a energia total por unidade de massa e pode ser concebida como a soma das energias interna (u), cinética ($\|\vec{v}\|^2/2$) e potencial (ϕ), ou seja:

$$e = u + \frac{\|\vec{v}\|^2}{2} + \phi \quad (\text{B.36})$$

substituindo a equação (B.36) na (B.35) e reorganizando, chegamos à:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} u) = & -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \|\vec{v}\|^2) - \frac{1}{2} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} \|\vec{v}\|^2) - \frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) - \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} \phi) - \\ & \vec{\nabla} \cdot (p \vec{v}) - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' + q''' + \vec{v} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}) + \Phi \end{aligned}$$

Representando os termos que envolvem a pressão e as energias cinética e potencial na forma não-conservativa, obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} u) = & -\frac{\|\vec{v}\|^2}{2} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) \right] - \frac{\rho}{2} \frac{D}{Dt}(\|\vec{v}\|^2) - \\ & \phi \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) \right] - \rho \frac{D\phi}{Dt} - p \vec{\nabla} \cdot \vec{v} + \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{Dp}{Dt} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' + q''' + \vec{v} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}) + \Phi \end{aligned} \quad (\text{B.37})$$

Substituindo a equação de transporte de massa (B.6) na (B.37), e sabendo que:

$$\frac{1}{2} \frac{D}{Dt}(\|\vec{v}\|^2) = \vec{v} \cdot \frac{D\vec{v}}{Dt} \quad \text{e} \quad \frac{D\phi}{Dt} = -\vec{v} \cdot \vec{f}$$

chegamos à:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} u) = & -\rho \vec{v} \cdot \frac{D\vec{v}}{Dt} + \rho \vec{v} \cdot \vec{f} - p \vec{\nabla} \cdot \vec{v} + \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{Dp}{Dt} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' + \\ & q''' + \vec{v} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}) + \Phi \end{aligned} \quad (\text{B.38})$$

Recuperando a equação de transporte de momento (B.19):

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho \vec{f} - \vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}$$

e substituindo-a em (B.38), alcançamos a forma geral da equação de transporte de energia

em função da energia interna:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} u) = -p \vec{\nabla} \cdot \vec{v} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' + q''' + \Phi \quad (\text{B.39})$$

B.1.3.2 Em Função da Temperatura

Aplicando a regra do produto nas derivadas parciais da [equação \(B.39\)](#):

$$u \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) \right] + \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \vec{\nabla} u = -p \vec{\nabla} \cdot \vec{v} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' + q''' + \Phi$$

substituindo a equação de transporte de massa ([B.6](#)):

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \vec{\nabla} u = -p \vec{\nabla} \cdot \vec{v} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' + q''' + \Phi$$

e sabendo que:

$$Cv = \frac{du}{dT}$$

podemos escrever a [equação \(B.39\)](#) em função da temperatura:

$$\rho Cv \frac{\partial T}{\partial t} + \rho Cv \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T = -p \vec{\nabla} \cdot \vec{v} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' + q''' + \Phi$$

B.1.3.3 Em Função da Entalpia

Sendo a entalpia (h), por definição, a soma da energia interna com a energia de escoamento (p/ρ), ou seja:

$$h = u + \frac{p}{\rho}$$

substituindo-a na [equação \(B.39\)](#), encontramos:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} h) = \frac{Dp}{Dt} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' + q''' + \Phi \quad (\text{B.40})$$

que consiste na forma geral da equação de transporte de energia em função da entalpia.

B.2 Meio Sólido

Assim como na seção para meios líquidos e gasosos, a modelagem da equação de transporte de energia em meios sólidos é iniciada com uma formulação conveniente da primeira lei da termodinâmica, na qual a taxa de acúmulo de energia no δV é igual a taxa líquida de transferência de calor para o mesmo.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V e \rho dV \right) = \dot{Q}$$

Para a taxa líquida de transferência de calor, empregaremos novamente a [equação \(B.21\)](#), onde o “calor gerado” e as taxas de adição e remoção de calor são dados pelas equações [\(B.22\)](#), [\(B.27\)](#) e [\(B.28\)](#), transformando a [equação \(B.22\)](#) em:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V e \rho dV \right) = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' dxdydz + q''' dxdydz$$

Como a taxa de acúmulo de energia em sólidos pode ser expressada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V e \rho dV \right) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dxdydz$$

e sabendo que pela Lei de Fourier:

$$\vec{q}'' = -k \vec{\nabla} T \tag{B.41}$$

obtemos a forma geral para a equação de condução de calor transiente em meios sólidos:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (-k \vec{\nabla} T) - q''' = 0$$

APÊNDICE C – Discretização das Equações de Transporte

C.1 Vareta Combustível

No que concerne à discretização, iniciaremos pela temporal, onde será empregado o método θ , cuja aplicação “conduz ao mais comumente utilizado algoritmo para integração no tempo” ³⁷ (PEPPER; HEINRICH, 2005, p.51, tradução nossa). Através desse método podemos modelar a temperatura e sua derivada como:

$$\begin{aligned} T^* &= T^{n*} + \theta \Delta T^* \\ \frac{\partial T^*}{\partial t^*} &= \frac{\Delta T^*}{\Delta t^*} \end{aligned} \quad (\text{C.1a})$$

Onde utilizaremos $\theta = \frac{1}{2}$ (método de Crank-Nicolson) devido à alta precisão e estabilidade que essa abordagem normalmente produz:

$$T^* = T^{n*} + \frac{\Delta T^*}{2} \quad (\text{C.1b})$$

Substituindo as equações (C.1a) e (C.1b) na (3.2), obtemos:

$$\begin{aligned} \int_{V_{vc}^*} \varphi \rho_{\kappa}^* C_{\kappa}^* \frac{\Delta T^*}{\Delta t^*} dV_{vc}^* + \frac{1}{2} \int_{V_{vc}^*} k_{\kappa}^* \vec{\nabla}^* (\Delta T^*) \cdot \vec{\nabla}^* \varphi dV_{vc}^* &= S_0 \int_{V_{vc}^*} \varphi q_{\kappa}''^* dV_{vc}^* - \\ &\int_{V_{vc}^*} k_{\kappa}^* \vec{\nabla}^* T^{n*} \cdot \vec{\nabla}^* \varphi dV_{vc}^* - \frac{D_0 Nu_0}{D_h} \int_{A_w^*} \varphi q''^* dA_w^* \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Para a discretização no espaço aproximaremos ΔT^* da seguinte forma:

$$\Delta T^*(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^{n_{vc}^{(n)}} N_j(x, y, z) \Delta T_j^*(t) \quad (\text{C.3})$$

onde $n_{vc}^{(n)}$ é o número de nós da VC e N_j são as funções de base, também conhecidas como

³⁷“leads to the most commonly used algorithms for time integration”

funções de forma ou de interpolação. Assumiremos funções de interpolação lineares, cuja forma geral, considerando elementos tetraédricos, é dada por:

$$N_j(x, y, z) = \frac{a_j + b_j x + c_j y + d_j z}{6V_{vc}^{\star(e_k)}} \quad (\text{C.4})$$

em que o cálculo dos coeficientes a_j , b_j , c_j e d_j , e do volume do elemento $V_{vc}^{\star(e_k)}$ se encontram no apêndice [Apêndice D](#).

Substituindo a [equação \(C.3\)](#) na [\(C.2\)](#), chegamos à:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{n_{vc}^{(n)}} \Delta T_j^{\star} \left(\frac{1}{\Delta t^{\star}} \int_{V_{vc}^{\star}} \varphi \rho_{\kappa}^{\star} C_{\kappa}^{\star} N_j dV_{vc}^{\star} + \frac{1}{2} \int_{V_{vc}^{\star}} k_{\kappa}^{\star} \vec{\nabla}^{\star} N_j \cdot \vec{\nabla}^{\star} \varphi dV_{vc}^{\star} \right) = \\ S_0 \int_{V_{vc}^{\star}} \varphi q_{\kappa}^{\prime\prime\prime\star} dV_{vc}^{\star} - \int_{V_{vc}^{\star}} k_{\kappa}^{\star} \vec{\nabla}^{\star} T^{n^{\star}} \cdot \vec{\nabla}^{\star} \varphi dV_{vc}^{\star} - \frac{D_0 Nu_0}{D_h} \int_{A_w^{\star}} \varphi q^{\prime\prime\star} dA_w^{\star} \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

Pelo método de Galerkin, temos que:

$$\varphi = N_i \quad i = 1, \dots, n_{vc}^{(n)} \quad (\text{C.6})$$

Reordenando a [equação \(C.5\)](#) e substituindo nela a [equação \(C.6\)](#), encontramos:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{n_{vc}^{(n)}} \Delta T_j^{\star} \left(\frac{1}{\Delta t^{\star}} \int_{V_{vc}^{\star}} \rho_{\kappa}^{\star} C_{\kappa}^{\star} N_i N_j dV_{vc}^{\star} + \frac{1}{2} \int_{V_{vc}^{\star}} k_{\kappa}^{\star} \vec{\nabla}^{\star} N_i \cdot \vec{\nabla}^{\star} N_j dV_{vc}^{\star} \right) = \\ S_0 \int_{V_{vc}^{\star}} q_{\kappa}^{\prime\prime\prime\star} N_i dV_{vc}^{\star} - \int_{V_{vc}^{\star}} k_{\kappa}^{\star} \vec{\nabla}^{\star} T^{n^{\star}} \cdot \vec{\nabla}^{\star} N_i dV_{vc}^{\star} - \frac{D_0 Nu_0}{D_h} \int_{A_w^{\star}} q^{\prime\prime\star} N_i dA_w^{\star} \\ i = 1, \dots, n_{vc}^{(n)} \end{aligned}$$

Podemos representar a equação acima para cada elemento da [VC](#), por meio da separação de suas integrais, transformando-a em:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{n_{vc}^{(n)}} \Delta T_j^{\star} \sum_{k=1}^{n_{vc}^{(e)}} \left(\frac{1}{\Delta t^{\star}} \int_{V_{vc}^{\star(e_k)}} \rho_{\kappa}^{\star} C_{\kappa}^{\star} N_i N_j dV_{vc}^{\star(e_k)} + \frac{1}{2} \int_{V_{vc}^{\star(e_k)}} k_{\kappa}^{\star} \vec{\nabla}^{\star} N_i \cdot \vec{\nabla}^{\star} N_j dV_{vc}^{\star(e_k)} \right) = \\ \sum_{k=1}^{n_{vc}^{(e)}} \left(S_0 \int_{V_{vc}^{\star(e_k)}} q_{\kappa}^{\prime\prime\prime\star} N_i dV_{vc}^{\star(e_k)} - \int_{V_{vc}^{\star(e_k)}} k_{\kappa}^{\star} \vec{\nabla}^{\star} T^{n^{\star}} \cdot \vec{\nabla}^{\star} N_i dV_{vc}^{\star(e_k)} - \frac{D_0 Nu_0}{D_h} \int_{A_w^{\star(e_k)}} q^{\prime\prime\star} N_i dA_w^{\star(e_k)} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

$$i = 1, \dots, n_{vc}^{(n)}$$

Expandindo a [equação \(C.7\)](#) e usando as seguintes aproximações para o gradiente de temperatura em cada direção, o fluxo de calor, a “geração de calor” e as propriedades físicas dos materiais de cada elemento:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta T^{n\star}}{\Delta x^\star} &= \sum_{i=1}^4 \frac{b_i T^{n\star}(i)}{6V_{vc}^\star(e_k)} & \frac{\Delta T^{n\star}}{\Delta y^\star} &= \sum_{i=1}^4 \frac{c_i T^{n\star}(i)}{6V_{vc}^\star(e_k)} & \frac{\Delta T^{n\star}}{\Delta z^\star} &= \sum_{i=1}^4 \frac{d_i T^{n\star}(i)}{6V_{vc}^\star(e_k)} \\ \rho_{(e_k)}^\star &= \sum_{i=1}^4 \frac{\rho_{\kappa}^\star(i)}{4} & C_{\kappa(e_k)}^\star &= \sum_{i=1}^4 \frac{C_{\kappa}^\star(i)}{4} & k_{(e_k)_x}^\star &= \sum_{i=1}^4 \frac{k_{\kappa_x}^\star(i)}{4} \\ q_{(e_k)}^{\prime\prime\star} &= \sum_{i=1}^3 \frac{q_{\kappa}^{\prime\prime\star}(i)}{3} & (C.8) & & q_{(e_k)}^{\prime\prime\prime\star} &= \sum_{i=1}^4 \frac{q_{\kappa}^{\prime\prime\prime\star}(i)}{4} \end{aligned}$$

em que i simboliza os nós do elemento, chegamos à:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{n_{vc}^{(n)}} \Delta T_j^\star \sum_{k=1}^{n_{vc}^{(e)}} \left(\frac{\rho_{(e_k)}^\star C_{\kappa(e_k)}^\star}{\Delta t^\star} \int_{V_{vc}^\star(e_k)} N_i N_j dV_{vc}^\star(e_k) + \frac{k_{(e_k)_x}^\star}{2} \int_{V_{vc}^\star(e_k)} \frac{\partial N_i}{\partial x^\star} \frac{\partial N_j}{\partial x^\star} dV_{vc}^\star(e_k) + \right. \\ \left. \frac{k_{(e_k)_y}^\star}{2} \int_{V_{vc}^\star(e_k)} \frac{\partial N_i}{\partial y^\star} \frac{\partial N_j}{\partial y^\star} dV_{vc}^\star(e_k) + \frac{k_{(e_k)_z}^\star}{2} \int_{V_{vc}^\star(e_k)} \frac{\partial N_i}{\partial z^\star} \frac{\partial N_j}{\partial z^\star} dV_{vc}^\star(e_k) \right) = \\ \sum_{k=1}^{n_{vc}^{(e)}} \left(S_0 q_{(e_k)}^{\prime\prime\prime\star} \int_{V_{vc}^\star(e_k)} N_i dV_{vc}^\star(e_k) - k_{(e_k)_x}^\star \frac{\Delta T^{n\star}}{\Delta x^\star} \int_{V_{vc}^\star(e_k)} \frac{\partial N_i}{\partial x^\star} dV_{vc}^\star(e_k) - k_{(e_k)_y}^\star \frac{\Delta T^{n\star}}{\Delta y^\star} \int_{V_{vc}^\star(e_k)} \frac{\partial N_i}{\partial y^\star} dV_{vc}^\star(e_k) - \right. \\ \left. k_{(e_k)_z}^\star \frac{\Delta T^{n\star}}{\Delta z^\star} \int_{V_{vc}^\star(e_k)} \frac{\partial N_i}{\partial z^\star} dV_{vc}^\star(e_k) - \frac{D_0 Nu_0 q_{(e_k)}^{\prime\prime\star}}{D_h} \int_{A_w^\star(e_k)} N_i dA_w^\star(e_k) \right) \quad (C.9) \end{aligned}$$

$$i = 1, \dots, n_{vc}^{(n)}$$

Como $[\mathbf{AB}]_i = \sum_{k=1}^{n+1} A_{ik} B_k$ para $i = 1, \dots, n_{vc}^{(n)}$, a [equação \(C.9\)](#) pode ser representada na forma matricial:

$$\mathbf{K}_{vc} \mathbf{T}_{vc} = \mathbf{F}_{vc} \quad (C.10)$$

em que \mathbf{T}_{vc} e \mathbf{F}_{vc} são vetores colunas globais $[n_{vc}^{(n)}] \times 1$, sendo que os componentes de \mathbf{T}_{vc} são dados por:

$$T_{vc_i} = \Delta T_j^\star$$

e \mathbf{F}_{vc} é dado por:

$$\mathbf{F}_{vc} = \sum_{k=1}^{n_{vc}^{(e)}} \mathbf{F}_{vc}^{(e_k)}$$

onde $\mathbf{F}_{vc}^{(e_k)}$ são vetores colunas locais (de cada elemento) $[n_{vc}^{(n)}] \times 1$, cujos componentes são dados por:

$$\begin{aligned} F_{vc_i}^{(e_k)} = & S_0 q_{(e_k)}^{\bar{r}^*} \int_{V_{vc}^{*(e_k)}} N_i dV_{vc}^{*(e_k)} - k_{(e_k)x}^{\star-} \frac{\Delta T^{n^*}}{\Delta x^*} \int_{V_{vc}^{*(e_k)}} \frac{\partial N_i}{\partial x^*} dV_{vc}^{*(e_k)} - \\ & k_{(e_k)y}^{\star-} \frac{\Delta T^{n^*}}{\Delta y^*} \int_{V_{vc}^{*(e_k)}} \frac{\partial N_i}{\partial y^*} dV_{vc}^{*(e_k)} - k_{(e_k)z}^{\star-} \frac{\Delta T^{n^*}}{\Delta z^*} \int_{V_{vc}^{*(e_k)}} \frac{\partial N_i}{\partial z^*} dV_{vc}^{*(e_k)} - \\ & \frac{D_0 N u_0 q_{(e_k)}^{\bar{r}^*}}{D_h} \int_{A_w^{*(e_k)}} N_i dA_w^{*(e_k)} \quad (\text{C.11a}) \end{aligned}$$

Já \mathbf{K}_{vc} é uma matriz quadrada global $[n_{vc}^{(n)}] \times [n_{vc}^{(n)}]$ dada por:

$$\mathbf{K}_{vc} = \sum_{k=1}^{n_{vc}^{(e)}} \mathbf{K}_{vc}^{(e_k)}$$

em que $\mathbf{K}_{vc}^{(e_k)}$ são matrizes quadradas locais 4×4 , cujos componentes são dados por:

$$\begin{aligned} K_{vc_{ij}}^{(e_k)} = & \frac{\rho_{(e_k)}^{\bar{r}^*} C_{\kappa(e_k)}^{\bar{r}^*}}{\Delta t^*} \int_{V_{vc}^{*(e_k)}} N_i N_j dV_{vc}^{*(e_k)} + \frac{k_{(e_k)x}^{\star-}}{2} \int_{V_{vc}^{*(e_k)}} \frac{\partial N_i}{\partial x^*} \frac{\partial N_j}{\partial x^*} dV_{vc}^{*(e_k)} + \\ & \frac{k_{(e_k)y}^{\star-}}{2} \int_{V_{vc}^{*(e_k)}} \frac{\partial N_i}{\partial y^*} \frac{\partial N_j}{\partial y^*} dV_{vc}^{*(e_k)} + \frac{k_{(e_k)z}^{\star-}}{2} \int_{V_{vc}^{*(e_k)}} \frac{\partial N_i}{\partial z^*} \frac{\partial N_j}{\partial z^*} dV_{vc}^{*(e_k)} \quad (\text{C.11b}) \end{aligned}$$

A resolução das integrais exibidas nas equações (C.11a) e (C.11b) se encontra no [Apêndice D](#), seus resultados finais estão contidos na [Tabela 21](#):

Substituindo os valores que se encontram na [Tabela 21](#) nas equações (C.11a) e (C.11b), obtemos:

Tabela 21 – Tabela das integrais presentes nas equações (C.11a) e (C.11b)

		$j = i$	$j \neq i$
$\int_{V_{vc}^{\star}(e_k)} N_i \, \mathrm{d}V_{vc}^{\star}(e_k)$	$\frac{V_{vc}^{\star}(e_k)}{4}$	$\int_{V_{vc}^{\star}(e_k)} N_i N_j \, \mathrm{d}V_{vc}^{\star}(e_k)$	$\frac{V_{vc}^{\star}(e_k)}{10}$ $\frac{V_{vc}^{\star}(e_k)}{20}$
$\int_{V_{vc}^{\star}(e_k)} \frac{\partial N_i}{\partial x^{\star}} \, \mathrm{d}V_{vc}^{\star}(e_k)$	$\frac{b_i}{6}$	$\int_{V_{vc}^{\star}(e_k)} \frac{\partial N_i}{\partial x^{\star}} \frac{\partial N_j}{\partial x^{\star}} \, \mathrm{d}V_{vc}^{\star}(e_k)$	$\frac{b_i^2}{36V_{vc}^{\star}(e_k)}$ $\frac{b_i b_j}{36V_{vc}^{\star}(e_k)}$
$\int_{V_{vc}^{\star}(e_k)} \frac{\partial N_i}{\partial y^{\star}} \, \mathrm{d}V_{vc}^{\star}(e_k)$	$\frac{c_i}{6}$	$\int_{V_{vc}^{\star}(e_k)} \frac{\partial N_i}{\partial y^{\star}} \frac{\partial N_j}{\partial y^{\star}} \, \mathrm{d}V_{vc}^{\star}(e_k)$	$\frac{c_i^2}{36V_{vc}^{\star}(e_k)}$ $\frac{c_i c_j}{36V_{vc}^{\star}(e_k)}$
$\int_{V_{vc}^{\star}(e_k)} \frac{\partial N_i}{\partial z^{\star}} \, \mathrm{d}V_{vc}^{\star}(e_k)$	$\frac{d_i}{6}$	$\int_{V_{vc}^{\star}(e_k)} \frac{\partial N_i}{\partial z^{\star}} \frac{\partial N_j}{\partial z^{\star}} \, \mathrm{d}V_{vc}^{\star}(e_k)$	$\frac{d_i^2}{36V_{vc}^{\star}(e_k)}$ $\frac{d_i d_j}{36V_{vc}^{\star}(e_k)}$
$\int_{A_w^{\star}(e_k)} N_i \, \mathrm{d}A_w^{\star}(e_k)$	$\frac{A_w^{\star}(e_k)}{3}$		

Fonte: Produzido pelo autor.

Nota: Maiores detalhes constam no [Apêndice D](#).

$$F_{vc_i}^{(e_k)} = \frac{S_0 V_{vc}^*(e_k)}{4} q_{(e_k)}'' - \frac{1}{6} \left(k_{(e_k)_x}^* b_i \frac{\Delta T^{n*}}{\Delta x^*} + k_{(e_k)_y}^* c_i \frac{\Delta T^{n*}}{\Delta y^*} + k_{(e_k)_z}^* d_i \frac{\Delta T^{n*}}{\Delta z^*} \right) - \frac{D_0 Nu_0 A_w^*(e_k)}{3D_h} q_{(e_k)}''$$

$$K_{vc_{ij}}^{(e_k)} = \begin{cases} \frac{\rho_{(e_k)}^* C_{\kappa(e_k)}^* V_{vc}^*(e_k)}{10\Delta t^*} + \frac{k_{(e_k)_x}^* b_i^2 + k_{(e_k)_y}^* c_i^2 + k_{(e_k)_z}^* d_i^2}{72V_{vc}^*(e_k)}, & \text{para } j = i \\ \frac{\rho_{(e_k)}^* C_{\kappa(e_k)}^* V_{vc}^*(e_k)}{20\Delta t^*} + \frac{k_{(e_k)_x}^* b_i b_j + k_{(e_k)_y}^* c_i c_j + k_{(e_k)_z}^* d_i d_j}{72V_{vc}^*(e_k)}, & \text{para } j \neq i \end{cases}$$

Finalizando a discretização da [VC](#), o sistema final encontrado, representado pela forma matricial (C.10), é resolvido através do método dos Gradientes Conjugados, no qual o pré-condicionador de Jacobi é empregado ([SAMPAIO, 2007](#)).

C.2 Canal Refrigerante

Assim como na seção de discretização da [VC](#), começaremos pela discretização temporal, onde será novamente empregado o método de Crank-Nicolson, pelo qual a entalpia

e sua derivada podem ser modeladas como:

$$h^* = h^{n^*} + \frac{\Delta h^*}{2} \quad (\text{C.12a})$$

$$\frac{\partial h^*}{\partial t^*} = \frac{\Delta h^*}{\Delta t^*} \quad (\text{C.12b})$$

Substituindo as equações (C.12b) e (C.12a) na (3.6), obtemos:

$$\rho^* \frac{\Delta h^*}{\Delta t^*} + \frac{Pc_0 D_0 \dot{m}^*}{2D_h} \frac{\partial \Delta h^*}{\partial z^*} + \frac{Pc_0 D_0 \dot{m}^*}{D_h} \frac{\partial h^{n^*}}{\partial z^*} = \frac{D_0^3 Nu_0 Cp_0 T_{in}}{D_h A_{cn} h_{in}} q_{P_w}''^* \quad (\text{C.13})$$

Para a discretização no espaço aproximaremos Δh^* da seguinte forma:

$$\Delta h^*(z, t) = \sum_{j=1}^{n_{cn}^{(e)}+1} N_j(z) \Delta h_j^*(t) \quad (\text{C.14})$$

onde $n_{cn}^{(e)}$ é o número de elementos do CR e N_j são as funções de base, as quais consideraremos como lineares, cuja forma geral para elementos igualmente lineares é dada por:

$$N_j(z) = \frac{e_j + f_j x}{\Delta z^*}$$

Substituindo a equação (C.14) na (C.13), obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{\rho^*}{\Delta t^*} \sum_{j=1}^{n_{cn}^{(e)}+1} N_j \Delta h_j^* + \frac{Pc_0 D_0 \dot{m}^*}{2D_h} \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\sum_{j=1}^{n_{cn}^{(e)}+1} N_j \Delta h_j^* \right) + \frac{Pc_0 D_0 \dot{m}^*}{D_h} \frac{\partial h^{n^*}}{\partial z^*} \\ - \frac{D_0^3 Nu_0 Cp_0 T_{in}}{D_h A_{cn} h_{in}} q_{P_w}''^* = R \end{aligned}$$

onde R é o resíduo decorrente das aproximações. A equação acima também pode ser expressa como:

$$R = \sum_{j=1}^{n+1} \Delta h_j^* \left(\frac{\rho^*}{\Delta t^*} N_j + \frac{Pc_0 D_0 \dot{m}^*}{2D_h} \frac{\partial N_j}{\partial z^*} \right) + \frac{Pc_0 D_0 \dot{m}^*}{D_h} \frac{\partial h^{n^*}}{\partial z^*} - \frac{D_0^3 Nu_0 Cp_0 T_{in}}{D_h A_{cn} h_{in}} q_{P_w}''^* \quad (\text{C.15})$$

Adotando as variáveis arbitrárias α e β :

$$\alpha = \frac{Pc_0 D_0 \dot{m}^*}{D_h} \quad \beta = \frac{D_0^3 N u_0 C p_0 T_{in}}{D_h A_{cn} h_{in}}$$

podemos simplificar a equação (C.15), chegando em:

$$R = \sum_{j=1}^{n+1} \Delta h_j^* \left(\frac{\rho^*}{\Delta t^*} N_j + \frac{\alpha}{2} \frac{\partial N_j}{\partial z^*} \right) + \alpha \frac{\partial h^{n*}}{\partial z^*} - \beta q_{P_w}''^* \quad (\text{C.16})$$

O método dos mínimos quadrados requer que o erro E da solução aproximada seja minimizado, isso é:

$$\frac{dE}{d(\Delta h_j^*)} \approx 0$$

Como E é obtido pela integral do quadrado do resíduo $\int_{a_{vc}} R^2 dz$, temos que:

$$\int_{a_{vc}} \frac{dR}{d(\Delta h_j^*)} R dz = 0 \quad (\text{C.17})$$

Derivando o resíduo em Δh_j^* , obtemos:

$$\frac{dR}{d(\Delta h_j^*)} = \frac{\rho^*}{\Delta t^*} N_j + \frac{\alpha}{2} \frac{\partial N_j}{\partial z^*} \quad (\text{C.18})$$

$j = 1, \dots, n+1$

Trocando o índice da equação (C.18) de j para i e a substituindo, junto com a equação (C.16), na (C.17), encontramos:

$$\int_{a_{vc}^*} \left(\frac{\rho^*}{\Delta t^*} N_i + \frac{\alpha}{2} \frac{\partial N_i}{\partial z^*} \right) \left[\sum_{j=1}^{n+1} \Delta h_j^* \left(\frac{\rho^*}{\Delta t^*} N_j + \frac{\alpha}{2} \frac{\partial N_j}{\partial z^*} \right) + \alpha \frac{\partial h^{n*}}{\partial z^*} - \beta q_{P_w}''^* \right] dz^* = 0$$

$i = 1, \dots, n+1$

que podemos reorganizar em:

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=1}^{n+1} \Delta h_j^* \left[\frac{1}{\Delta t^{*2}} \int_{a_{vc}^*} \rho^{*2} N_i N_j dz^* + \frac{\alpha}{2\Delta t^*} \left(\int_{a_{vc}^*} \rho^* N_i \frac{\partial N_j}{\partial z^*} dz^* + \int_{a_{vc}^*} \rho^* N_j \frac{\partial N_i}{\partial z^*} dz^* \right) + \right. \\
& \left. \frac{\alpha^2}{4} \int_{a_{vc}^*} \rho^* \frac{\partial N_i}{\partial z^*} \frac{\partial N_j}{\partial z^*} dz^* \right] = \beta \left(\frac{1}{\Delta t^*} \int_{a_{vc}^*} \rho^* q_{P_w}''^* N_i dz^* + \frac{\alpha}{2} \int_{a_{vc}^*} q_{P_w}''^* \frac{\partial N_i}{\partial z^*} dz^* \right) \\
& - \alpha \left(\frac{1}{\Delta t^*} \int_{a_{vc}^*} \rho^* \frac{\partial h^{n*}}{\partial z^*} N_i dz^* + \frac{\alpha}{2} \int_{a_{vc}^*} \frac{\partial h^{n*}}{\partial z^*} \frac{\partial N_i}{\partial z^*} dz^* \right) \quad i = 1, \dots, n+1
\end{aligned} \tag{C.19}$$

Podemos representar a [equação \(C.19\)](#) para cada elemento do [CR](#), mediante a separação de suas integrais, transformando-a em:

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=1}^{n+1} \Delta h_j^* \sum_{k=1}^n \left[\frac{1}{\Delta t^{*2}} \int_{a_{vc}^*(e_k)} \rho^{*2} N_i N_j dz^* + \frac{\alpha}{2\Delta t^*} \left(\int_{a_{vc}^*(e_k)} \rho^* N_i \frac{\partial N_j}{\partial z^*} dz^* + \int_{a_{vc}^*(e_k)} \rho^* N_j \frac{\partial N_i}{\partial z^*} dz^* \right) + \right. \\
& \left. \frac{\alpha^2}{4} \int_{a_{vc}^*(e_k)} \rho^* \frac{\partial N_i}{\partial z^*} \frac{\partial N_j}{\partial z^*} dz^* \right] = \sum_{k=1}^n \left[\beta \left(\frac{1}{\Delta t^*} \int_{a_{vc}^*(e_k)} \rho^* q_{P_w}''^* N_i dz^* + \frac{\alpha}{2} \int_{a_{vc}^*(e_k)} q_{P_w}''^* \frac{\partial N_i}{\partial z^*} dz^* \right) \right. \\
& \left. - \alpha \left(\frac{1}{\Delta t^*} \int_{a_{vc}^*(e_k)} \rho^* \frac{\partial h^{n*}}{\partial z^*} N_i dz^* + \frac{\alpha}{2} \int_{a_{vc}^*(e_k)} \frac{\partial h^{n*}}{\partial z^*} \frac{\partial N_i}{\partial z^*} dz^* \right) \right] \quad i = 1, \dots, n+1
\end{aligned}$$

A equação acima pode ainda ser reduzida ao aproximarmos suas integrais por meio de médias da densidade e do fluxo de calor nos elementos, e simplificarmos o gradiente da entalpia nos mesmos:

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=1}^{n+1} \Delta h_j^* \sum_{k=1}^n \bar{\rho}^* \left[\frac{\bar{\rho}^*}{\Delta t^{*2}} \int_{a_{vc}^*(e_k)} N_i N_j dz^* + \frac{\alpha}{2\Delta t^*} \left(\int_{a_{vc}^*(e_k)} N_i \frac{\partial N_j}{\partial z^*} dz^* + \int_{a_{vc}^*(e_k)} N_j \frac{\partial N_i}{\partial z^*} dz^* \right) + \right. \\
& \left. \frac{\alpha^2}{4} \int_{a_{vc}^*(e_k)} \frac{\partial N_i}{\partial z^*} \frac{\partial N_j}{\partial z^*} dz^* \right] = \sum_{k=1}^n \left(\beta q_{P_w}''^* - \alpha \frac{\Delta h^{n*}}{\Delta z^*} \right) \left(\frac{\bar{\rho}^*}{\Delta t^*} \int_{a_{vc}^*(e_k)} N_i dz^* + \frac{\alpha}{2} \int_{a_{vc}^*(e_k)} \frac{\partial N_i}{\partial z^*} dz^* \right) \\
& \quad i = 1, \dots, n+1
\end{aligned} \tag{C.20}$$

onde:

$$\bar{\rho}^* = \sum_{i=1}^2 \frac{\rho^*(i)}{2} \quad q_{P_w}''^* = \sum_{i=1}^2 \frac{q_{P_w}''^*(i)}{2} \tag{C.21}$$

$$\frac{\Delta h^{n^*}}{\Delta z^*} = \sum_{i=1}^2 \frac{f_i h^{n^*}(i)}{\Delta z^*}$$

Como $[\mathbf{AB}]_i = \sum_{k=1}^{n+1} A_{ik} B_k$ para $i = 1, \dots, n+1$, a equação (C.20) pode ser representada na forma matricial:

$$\mathbf{K}_{cn} \mathbf{H}_{cn} = \mathbf{F}_{cn} \quad (\text{C.22})$$

em que \mathbf{H}_{cn} e \mathbf{F}_{cn} são vetores colunas globais $[n_{cn}^{(e)} + 1] \times 1$, sendo que os componentes de \mathbf{H}_{cn} são dados por:

$$H_{cn_i} = \Delta h_j^*$$

e \mathbf{F}_{cn}  dado por:

$$\mathbf{F} = \sum_{k=1}^n \mathbf{F}_{cn}^{(e_k)}$$

onde $\mathbf{F}_{cn}^{(e_k)}$ são vetores colunas locais (de cada elemento) $[n_{cn}^{(e)} + 1] \times 1$, cujos componentes são dados por:

$$F_{cn_i}^{(e_k)} = \left(\beta q_{P_w}^{\bar{*}} - \alpha \frac{\Delta h^{n^*}}{\Delta z^*} \right) \left(\frac{\bar{\rho}^*}{\Delta t^*} \int_{a_{vc}^{*(e_k)}} N_i dz^* + \frac{\alpha}{2} \int_{a_{vc}^{*(e_k)}} \frac{\partial N_i}{\partial z^*} dz^* \right) \quad (\text{C.23a})$$

Já \mathbf{K}_{cn}  uma matriz quadrada global $[n_{cn}^{(e)} + 1] \times [n_{cn}^{(e)} + 1]$ dada por:

$$\mathbf{K}_{cn} = \sum_{k=1}^n \mathbf{K}_{cn}^{(e_k)}$$

em que $\mathbf{K}_{cn}^{(e_k)}$ são matrizes quadradas locais 2×2 , cujos componentes são dados por:

$$K_{cn_{ij}}^{(e_k)} = \bar{\rho}^* \left[\frac{\bar{\rho}^*}{\Delta t^{*2}} \int_{a_{vc}^{*(e_k)}} N_i N_j dz^* + \frac{\alpha}{2\Delta t^*} \left(\int_{a_{vc}^{*(e_k)}} N_i \frac{\partial N_j}{\partial z^*} dz^* + \int_{a_{vc}^{*(e_k)}} N_j \frac{\partial N_i}{\partial z^*} dz^* \right) + \frac{\alpha^2}{4} \int_{a_{vc}^{*(e_k)}} \frac{\partial N_i}{\partial z^*} \frac{\partial N_j}{\partial z^*} dz^* \right] \quad (\text{C.23b})$$

A resolução das integrais exibidas nas equações (C.23a) e (C.23b) se encontra no [Apêndice D](#), seus resultados finais estão contidos na [Tabela 22](#):

Tabela 22 – Tabela das integrais presentes nas equações (C.23a) e (C.23b)

	$j = i$	$j \neq i$		
$\int_{a_{vc}^{*(e_k)}} N_i N_j dz^*$	$\frac{\Delta z^*}{3}$	$\frac{\Delta z^*}{6}$	$\int_{a_{vc}^{*(e_k)}} N_i dz^*$	$\frac{\Delta z^*}{2}$
$\int_{a_{vc}^{*(e_k)}} N_i \frac{\partial N_j}{\partial z^*} dz^*$	$\frac{f_i}{2}$	$\frac{f_j}{2}$	$\int_{a_{vc}^{*(e_k)}} \frac{\partial N_i}{\partial z^*} dz^*$	f_i
$\int_{a_{vc}^{*(e_k)}} N_j \frac{\partial N_i}{\partial z^*} dz^*$	$\frac{f_i}{2}$	$\frac{f_i}{2}$		
$\int_{a_{vc}^{*(e_k)}} \frac{\partial N_i}{\partial z^*} \frac{\partial N_j}{\partial z^*} dz^*$	$\frac{f_i^2}{\Delta z^*}$	$\frac{f_i f_j}{\Delta z^*}$		

Fonte: Produzido pelo autor.

Nota: Maiores detalhes constam no [Apêndice D](#).

Substituindo os valores que se encontram na [Tabela 22](#) nas equações (C.23a) e (C.23b), obtemos:

$$F_{cn_i}^{(e_k)} = \left(\beta q_{P_w}^{\bar{\rho}^*} - \alpha \frac{\Delta h^{n^*}}{\Delta z^*} \right) \left(\frac{\bar{\rho}^* \Delta z^*}{2\Delta t^*} + \frac{\alpha f_i}{2} \right)$$

$$K_{cn_{ij}}^{(e_k)} = \begin{cases} \bar{\rho}^* \left(\frac{\bar{\rho}^* \Delta z^*}{3\Delta t^{*2}} + \frac{\alpha f_i}{2\Delta t^*} + \frac{\alpha^2 f_i^2}{4\Delta z^*} \right), & \text{para } j = i \\ \bar{\rho}^* \left[\frac{\bar{\rho}^* \Delta z^*}{6\Delta t^{*2}} + \frac{\alpha (f_i + f_j)}{4\Delta t^*} + \frac{\alpha^2 f_i f_j}{4\Delta z^*} \right], & \text{para } j \neq i \end{cases}$$

E finalmente, com a formulação de todos os componentes concluída, a [equação \(C.22\)](#) é resolvida por meio do Algoritmo de Thomas (decomposição LU).

APÊNDICE D – Integrais Necessárias para as Discretizações

Para cada tetraedro, formado por quatro nós, os coeficientes b , c e d são dados por (PEPPER; HEINRICH, 2005, p. 208):

$$b_1 = (y_2 - y_4)(z_3 - z_4) - (y_3 - y_4)(z_2 - z_4)$$

$$b_2 = (y_3 - y_4)(z_1 - z_4) - (y_1 - y_4)(z_3 - z_4)$$

$$b_3 = (y_1 - y_4)(z_2 - z_4) - (y_2 - y_4)(z_1 - z_4)$$

$$b_4 = -(b_1 + b_2 + b_3)$$

$$c_1 = (x_3 - x_4)(z_2 - z_4) - (x_2 - x_4)(z_3 - z_4)$$

$$c_2 = (x_1 - x_4)(z_3 - z_4) - (x_3 - x_4)(z_1 - z_4)$$

$$c_3 = (x_2 - x_4)(z_1 - z_4) - (x_1 - x_4)(z_2 - z_4)$$

$$c_4 = -(c_1 + c_2 + c_3)$$

$$d_1 = (x_2 - x_4)(y_3 - y_4) - (x_3 - x_4)(y_2 - y_4)$$

$$d_2 = (x_3 - x_4)(y_1 - y_4) - (x_1 - x_4)(y_3 - y_4)$$

$$d_3 = (x_1 - x_4)(y_2 - y_4) - (x_2 - x_4)(y_1 - y_4)$$

$$d_4 = -(d_1 + d_2 + d_3)$$

em que x_i , y_i e z_i ($i = 1, \dots, 4$) são as coordenadas dos nós.

Já seu volume é calculado através de:

$$V^{(e)} = \frac{|(x_1 - x_3)b_1 + (y_2 - y_3)c_1 + (z_1 - z_4)d_1|}{6}$$

e a área das faces dos tetraedros que constituem a superfície externa da VC, por:

$$A_i^{(e)} = \frac{\sqrt{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2}}{2}$$

onde:

$$P_1 = (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)$$

$$P_2 = (x_3 - x_1)(z_2 - z_1) - (x_2 - x_1)(z_3 - z_1)$$

$$P_3 = (y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (y_3 - y_1)(z_2 - z_1)$$

Algumas das integrais no volume e na área, presentes nas equações (C.11a) e (C.11b), são avaliadas por meio das seguintes relações³⁸ (PEPPER; HEINRICH, 2005, p. 86,197):

$$\int_V N_1^a N_2^b N_3^c N_4^d dV = \frac{a!b!c!d!}{(a+b+c+d+3)!} 6V$$

$$\int_A N_1^a N_2^b N_3^c dA = \frac{a!b!c!}{(a+b+c+2)!} 2A$$

são elas:

$$\int_V N_i dV = \frac{1!}{4!} 6V = \frac{V}{4} \quad \int_A N_i dA = \frac{1!}{3!} 2A = \frac{A}{3}$$

$$\int_V N_i N_j dV = \begin{cases} \frac{2!}{5!} 6V = \frac{V}{10}, & \text{para } j = i \\ \frac{1!1!}{5!} 6V = \frac{V}{20}, & \text{para } j \neq i \end{cases}$$

as demais, considerando que:

$$N_i(x, y, z) = \frac{a_i + b_i x + c_i y + d_i z}{6V^{(e)}} \quad (\text{D.1})$$

são resolvidas diretamente:

$$\int_V \frac{\partial N_i}{\partial x} dV = \frac{b_i}{6} \quad \int_V \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} dV = \begin{cases} \frac{b_i^2}{36V}, & \text{para } j = i \\ \frac{b_i b_j}{36V}, & \text{para } j \neq i \end{cases}$$

³⁸nas quais faz-se uso do fato de que as funções de interpolação lineares equivalem às coordenadas locais

$$\int_V \frac{\partial N_i}{\partial y} dV = \frac{c_i}{6} \quad \int_V \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} dV = \begin{cases} \frac{c_i^2}{36V}, & \text{para } j = i \\ \frac{c_i c_j}{36V}, & \text{para } j \neq i \end{cases}$$

$$\int_V \frac{\partial N_i}{\partial z} dV = \frac{d_i}{6} \quad \int_V \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} dV = \begin{cases} \frac{d_i^2}{36V}, & \text{para } j = i \\ \frac{d_i d_j}{36V}, & \text{para } j \neq i \end{cases}$$

Quanto aos elementos lineares, todos eles possuem o mesmo comprimento, representado por Δz , e seus coeficientes f são dados por:

$$f_1 = -1 \quad f_2 = 1$$

Das integrais referentes a eles, presentes nas equações (C.23a) e (C.23b), concebendo que:

$$N_i(z) = \frac{e_i + f_i x}{\Delta z}$$

duas são calculadas diretamente:

$$\int_z \frac{dN_i}{dz} dz = f_i \quad \int_z \frac{dN_i}{dz} \frac{dN_j}{dz} dz = \begin{cases} \frac{f_i^2}{\Delta z}, & \text{para } j = i \\ \frac{f_i f_j}{\Delta z}, & \text{para } j \neq i \end{cases}$$

as demais são calculadas por meio da relação (PEPPER; HEINRICH, 2005, p. 43):

$$\int_z N_1^a N_2^b dz = \frac{a!b!}{(a+b+1)!} \Delta z$$

resultando em:

$$\int_z N_i dz = \frac{1!}{2!} \Delta z = \frac{\Delta z}{2} \quad \int_z N_i N_j dz = \begin{cases} \frac{2!}{3!} \Delta z = \frac{\Delta z}{3}, & \text{para } j = i \\ \frac{1!1!}{3!} \Delta z = \frac{\Delta z}{6}, & \text{para } j \neq i \end{cases}$$

$$\int_z N_i \frac{dN_j}{dz} dz = \begin{cases} \frac{f_i}{\Delta z} \int_z N_i dz = \frac{f_i}{\Delta z} \frac{1!}{2!} \Delta z = \frac{f_i}{2}, & \text{para } j = i \\ \frac{f_j}{\Delta z} \int_z N_i dz = \frac{f_j}{\Delta z} \frac{1!}{2!} \Delta z = \frac{f_j}{2}, & \text{para } j \neq i \end{cases}$$

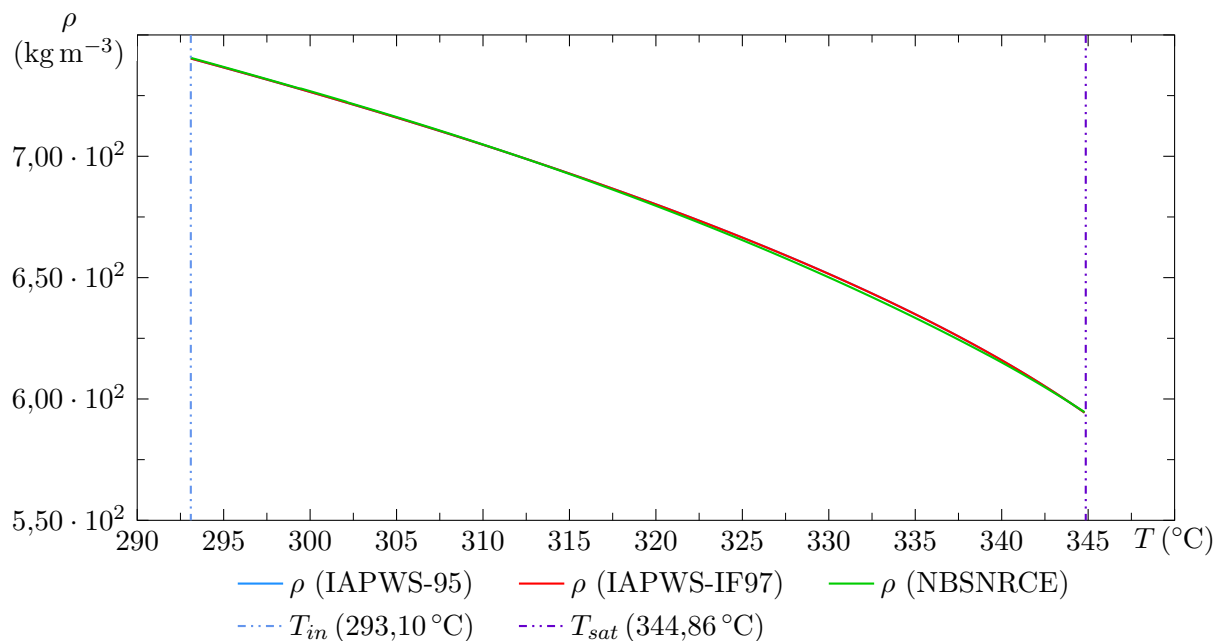
$$\int_z N_j \frac{dN_i}{dz} dz = \begin{cases} \frac{f_i}{\Delta z} \int_z N_i dz = \frac{f_i}{\Delta z} \frac{1!}{2!} \Delta z = \frac{f_i}{2}, & \text{para } j = i \\ \frac{f_i}{\Delta z} \int_z N_j dz = \frac{f_i}{\Delta z} \frac{1!}{2!} \Delta z = \frac{f_i}{2}, & \text{para } j \neq i \end{cases}$$

APÊNDICE E – Análise da Precisão das Rotinas do Código NBSNRCE e das Correlações da IAPWS-IF97

A análise da precisão das rotinas do código NBSNRCE e das correlações da IAPWS-IF97, de acordo com a formulação 95 da IAPWS, é feita perante as Figuras 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82 e 83, as quais dizem respeito à densidade, calor isobárico, viscosidade e condução de calor da água leve. Além de gráficos da variação dessas propriedades em função da temperatura, segundo cada uma das fontes, dentre tais figuras também se apresentam gráficos do ERP para cada propriedade quanto ao código NBSNRCE e a IAPWS-IF97 em relação à IAPWS-95.

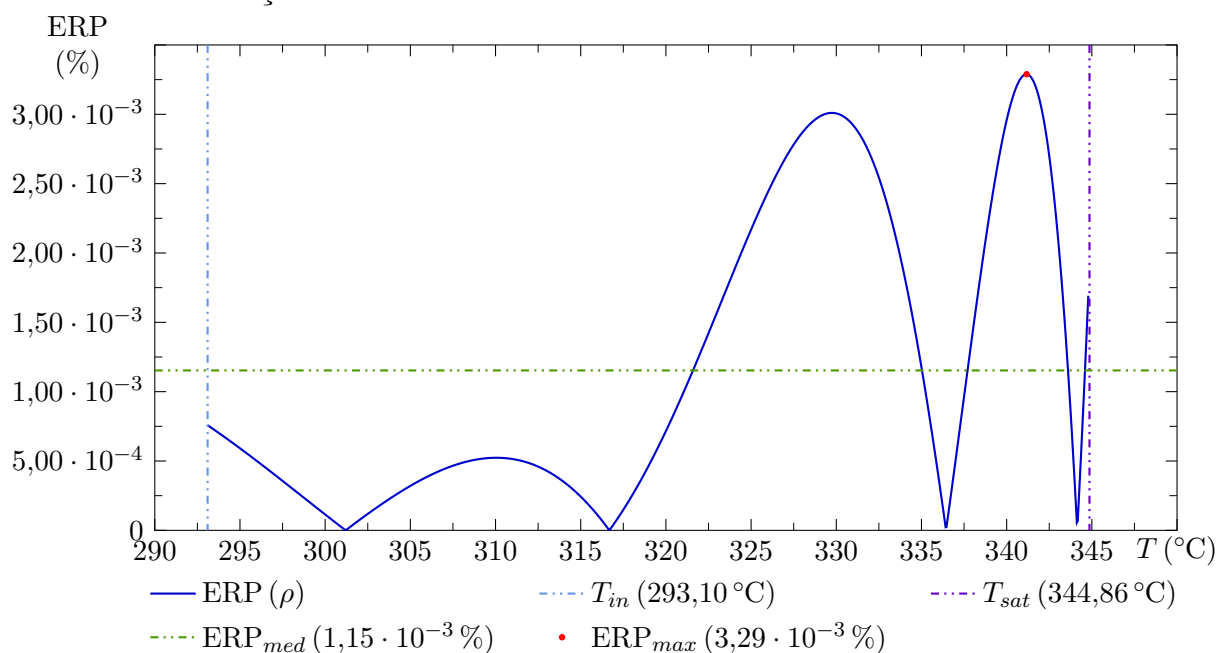
Como resultado, observamos que o maior ERP foi de 4,67% e ocorreu entre os valores para condução térmica segundo a IAPWS-95 e o código NBSNRCE, seguido por um erro máximo de 1,88% para o calor específico isobárico, $3,44 \cdot 10^{-1}\%$ para a viscosidade e $2,40 \cdot 10^{-1}\%$ para a densidade calculados pelas mesmas. Os dados para as propriedades de acordo com as fontes da IAPWS praticamente se sobrepuseram, mostrando um ERP máximo de $1,51 \cdot 10^{-1}\%$ para o calor específico isobárico, $1,48 \cdot 10^{-2}\%$ para a condutividade térmica, $4,68 \cdot 10^{-3}\%$ para a viscosidade e $3,29 \cdot 10^{-3}\%$ para a densidade.

Figura 72 – Gráfico das densidades provenientes das correlações da IAPWS-95, da IAPWS-IF97 e do código NBSNRCE



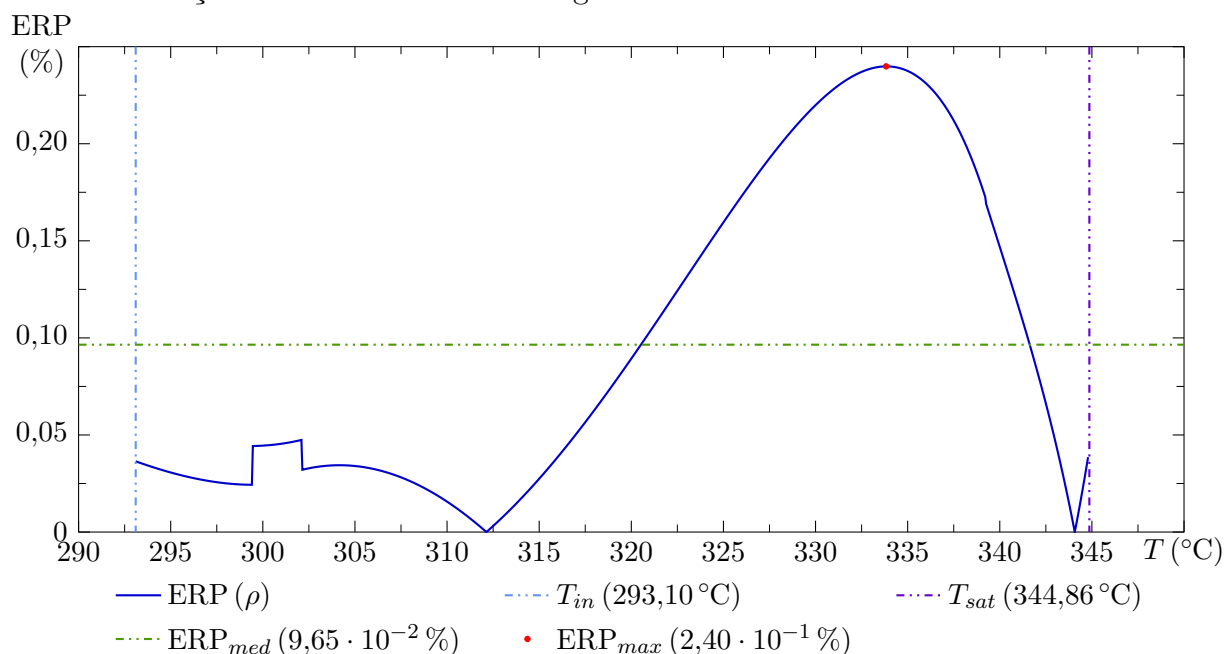
Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 73 – Gráfico do erro relativo percentual entre as densidades provenientes das correlações da IAPWS-95 e da IAPWS-IF97



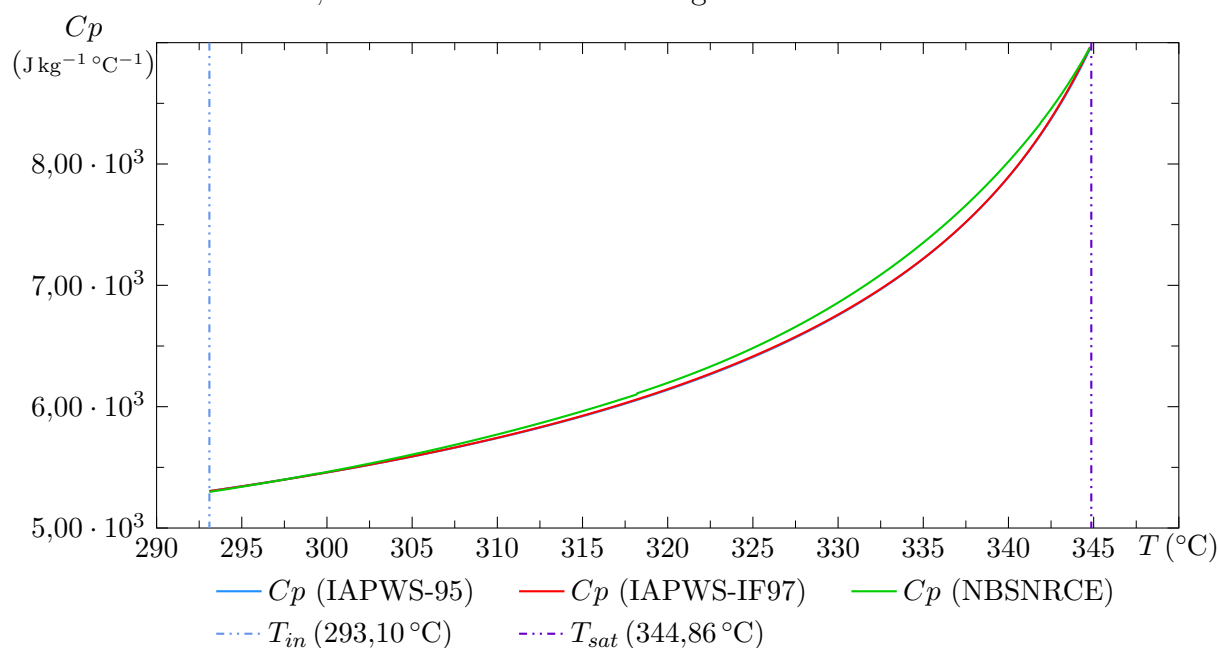
Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 74 – Gráfico do erro relativo percentual entre as densidades provenientes da correlação da IAPWS-95 e do código NBSNRCE



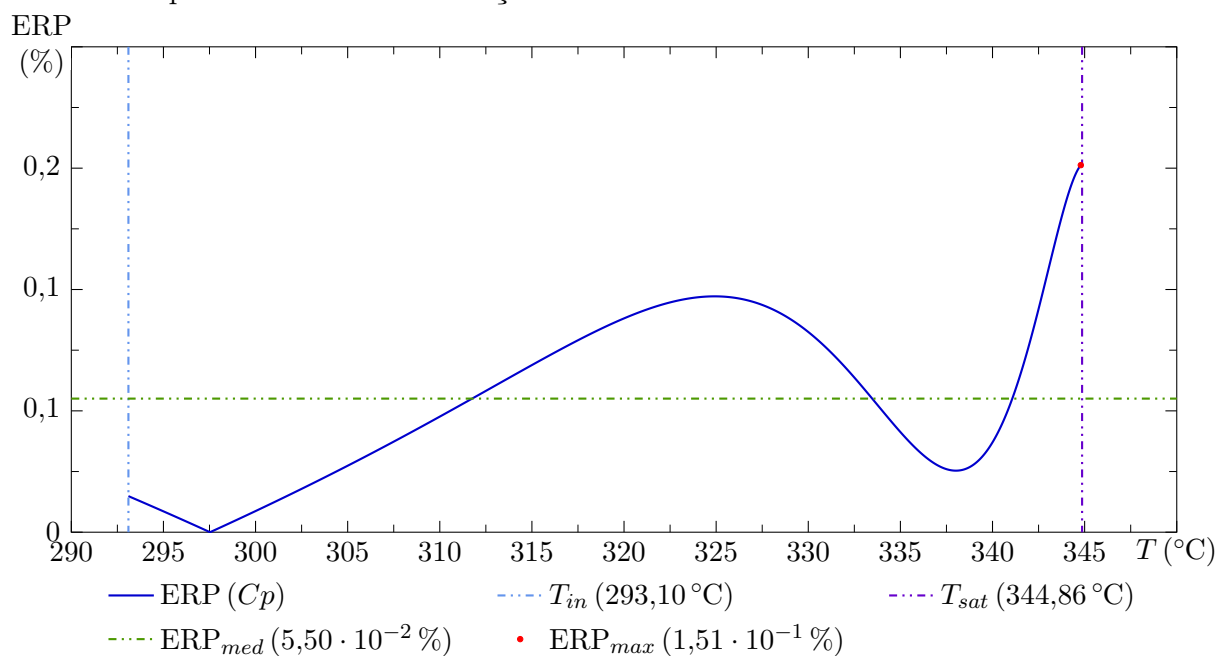
Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 75 – Gráfico dos calores específicos isobáricos provenientes das correlações da IAPWS-95, da IAPWS-IF97 e do código NBSNRCE



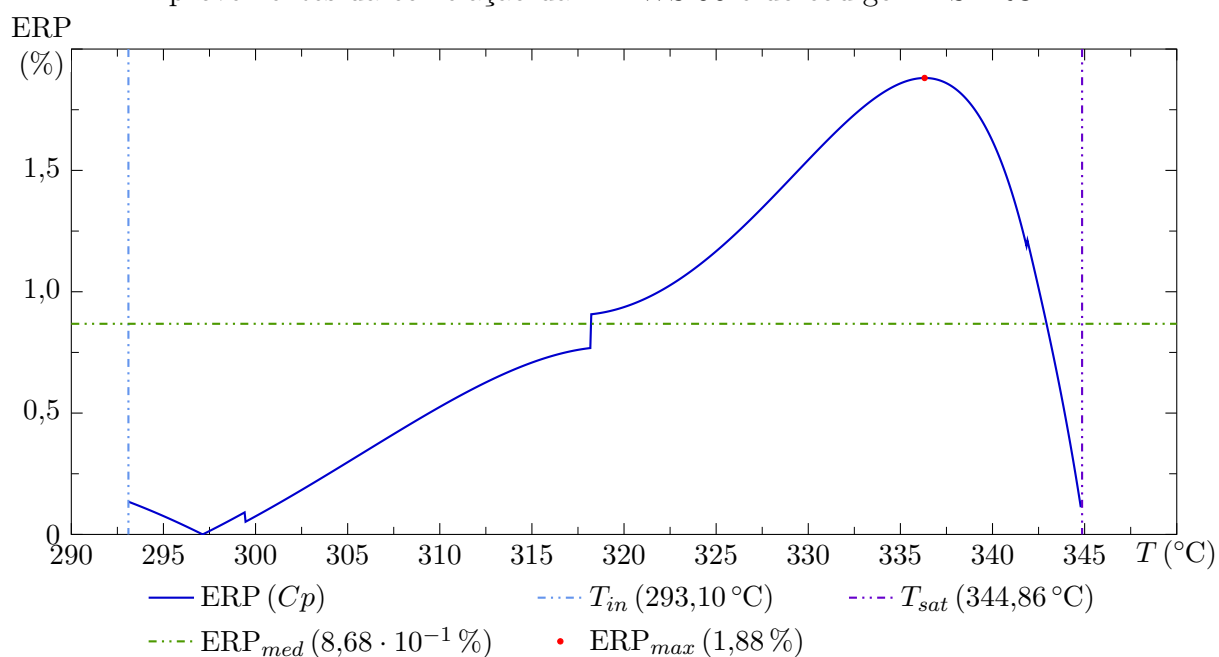
Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 76 – Gráfico do erro relativo percentual entre os calores específicos isobáricos provenientes das correlações da IAPWS-95 e da IAPWS-IF97



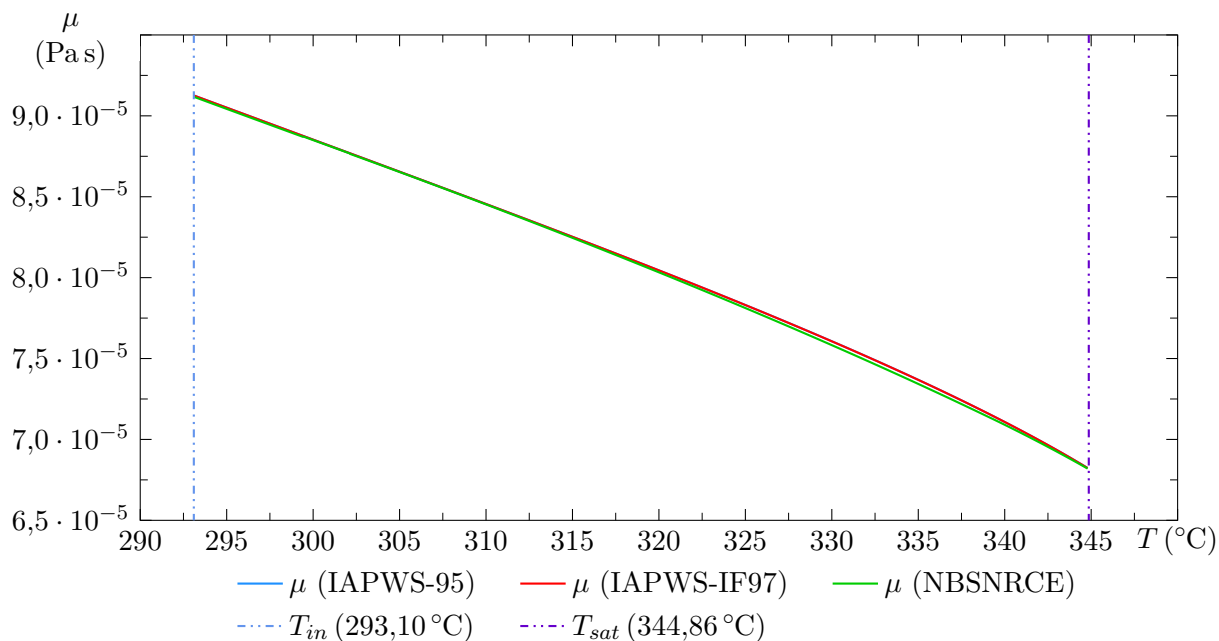
Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 77 – Gráfico do erro relativo percentual entre os calores específicos isobáricos provenientes da correlação da IAPWS-95 e do código NBSNRCE



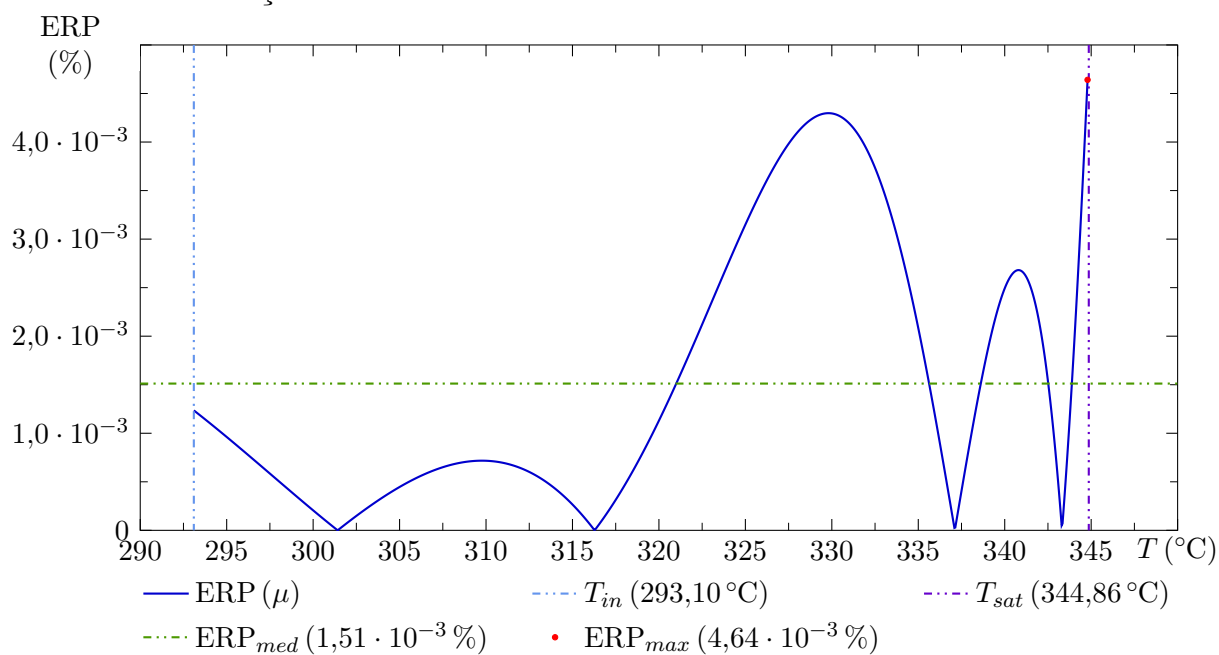
Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 78 – Gráfico das viscosidades provenientes das correlações da IAPWS-95, da IAPWS-IF97 e do código NBSNRCE



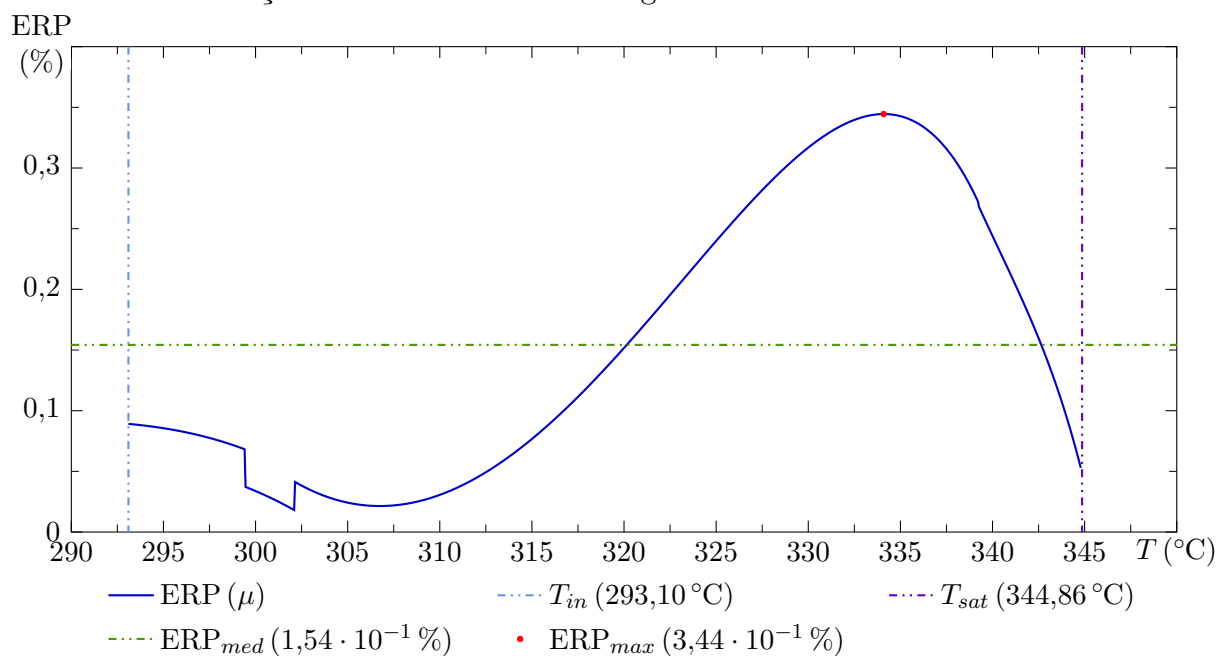
Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 79 – Gráfico do erro relativo percentual entre as viscosidades provenientes das correlações da IAPWS-95 e da IAPWS-IF97



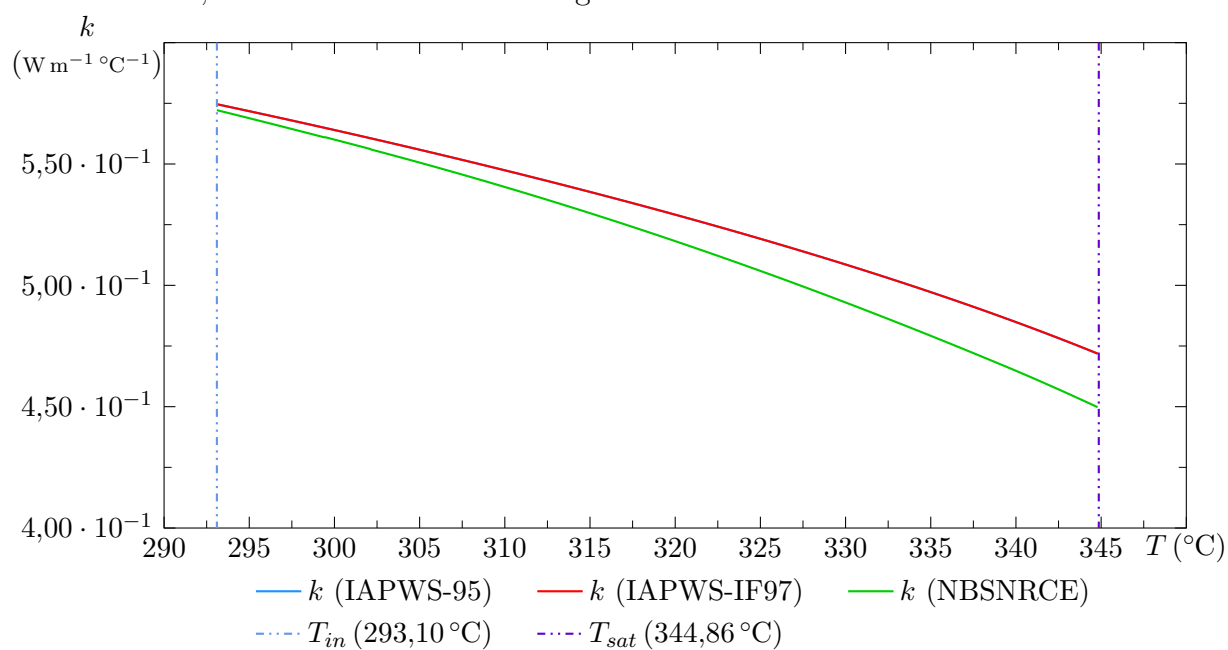
Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 80 – Gráfico do erro relativo percentual entre as viscosidades provenientes da correlação da IAPWS-95 e do código NBSNRCE



Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 81 – Gráfico das condutividades térmicas provenientes das correlações da IAPWS-95, da IAPWS-IF97 e do código NBSNRCE



Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 82 – Gráfico do erro relativo percentual entre as condutividades térmicas provenientes das correlações da IAPWS-95 e da IAPWS-IF97

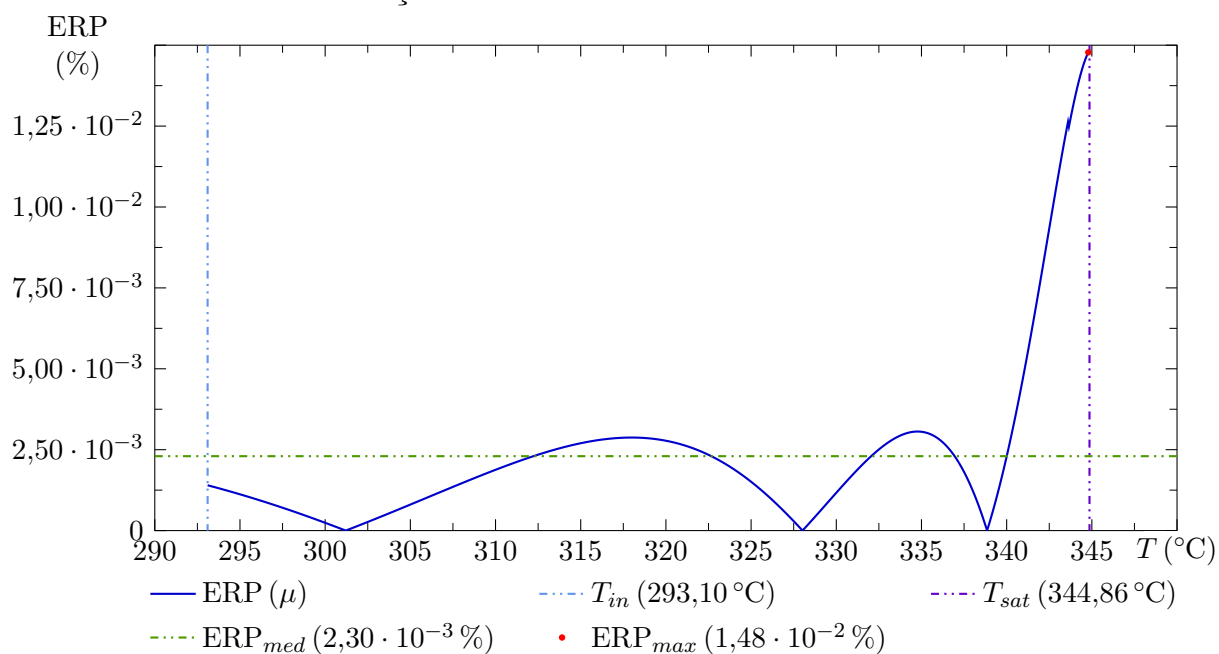
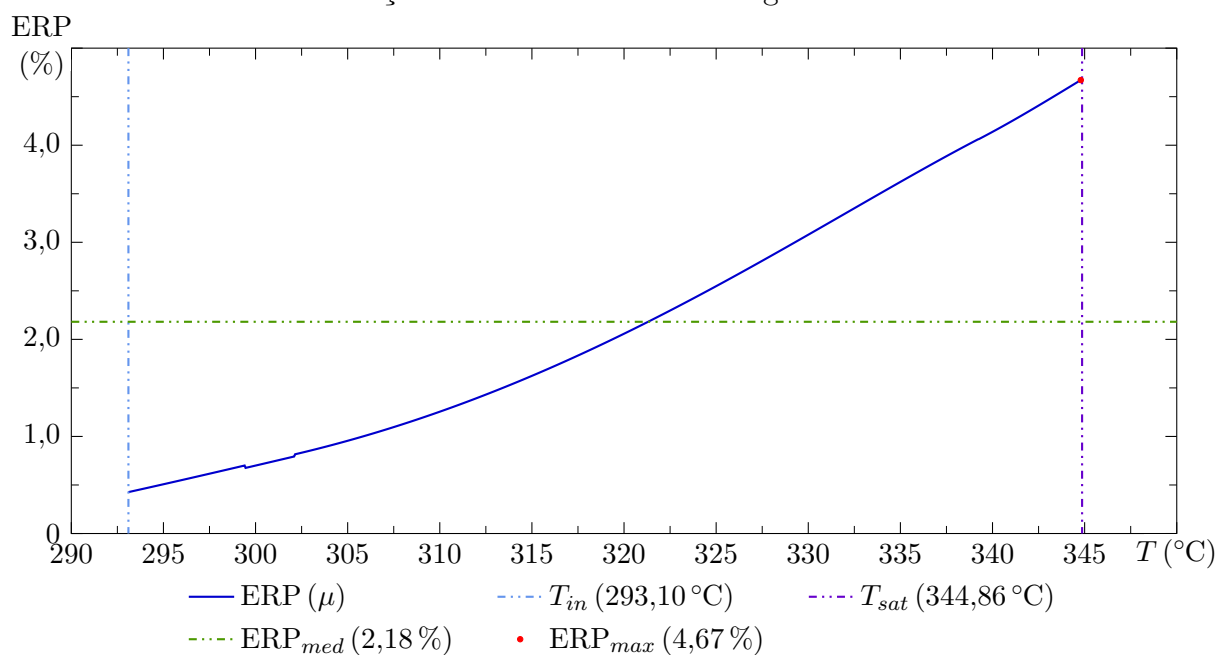


Figura 83 – Gráfico do erro relativo percentual entre as condutividades térmicas provenientes da correlação da IAPWS-95 e do código NBSNRCE



APÊNDICE F – Verificação da Implementação das Rotinas da IAPWS

Encontram-se, neste apêndice, as tabelas para verificação das propriedades físicas de água e vapor da [IAPWS](#), cujos valores de referência são fornecidos pelos seguintes trabalhos: [Daucik e Dooley \(2011a\)](#), [Petrova e Dooley \(2014b\)](#), [Cooper e Dooley \(2008\)](#) e [Cooper e Dooley \(2007\)](#).

As duas principais fontes de propriedades físicas da [IAPWS](#) averiguadas são as formulações 95 e IF-97. Enquanto a [IAPWS-95](#) é contínua em toda sua faixa de validade, a [IAPWS-IF97](#) é dividida em quatro regiões de temperatura e pressão. Em vista de que, no presente trabalho, apenas as regiões 1 e 2 da [IAPWS-IF97](#) são necessárias, somente elas foram implementadas e, portanto, verificadas. O limite de validade de cada formulação é apresentado na seção que a ela concerne.

Como poderá ser observado nas tabelas que seguem (Tabelas [23](#), [24](#), [25](#), [26](#), [27](#), [28](#), [29](#), [30](#), [31](#), [32](#), [33](#), [34](#), [35](#), [36](#), [37](#) e [38](#)), os resultados obtidos foram extremamente precisos, não expondo, portanto, problemas na implementação.

F.1 IAPWS-95

A formulação [IAPWS-95](#) é válida em toda região estável do H_2O , da curva de fusão até a temperatura de 1273 K e pressão de 1000 MPa ([PETROVA; DOOLEY, 2014b](#)).

Já a condução de calor da [IAPWS](#) possui os seguintes limites de validade ([DAUCIK; DOOLEY, 2011a](#)):

$0 < p < 611,657 \text{ Pa}$	$273,16 \text{ K} \leq T \leq 1173,15 \text{ K}$
$611,657 \text{ Pa} \leq p \leq 100 \text{ MPa}$	$T_{fus}(p) \leq T \leq 1173,15 \text{ K}$
$100 \text{ MPa} < p \leq 250 \text{ MPa}$	$T_{fus}(p) \leq T \leq 874 \text{ K}$
$250 \text{ MPa} < p \leq 687 \text{ MPa}$	$T_{fus}(p) \leq T \leq 573 \text{ K}$
$687 \text{ MPa} < p \leq 785 \text{ MPa}$	$T_{fus}(p) \leq T \leq 403 \text{ K}$
$785 \text{ MPa} < p \leq 1000 \text{ MPa}$	$T_{fus}(p) \leq T \leq 348 \text{ K}$

em que $T_{fus}(p)$ é a temperatura de fusão em função da pressão, obtida em [Daucik e Dooley \(2011b\)](#).

Finalmente, a validade da viscosidade se resume à ([COOPER; DOOLEY, 2008](#)):

$0 < p < 611,657 \text{ Pa}$	$273,16 \text{ K} \leq T \leq 1173,15 \text{ K}$
$611,657 \text{ Pa} \leq p \leq 300 \text{ MPa}$	$T_{fus}(p) \leq T \leq 1173,15 \text{ K}$
$300 \text{ MPa} < p \leq 350 \text{ MPa}$	$T_{fus}(p) \leq T \leq 873,15 \text{ K}$
$350 \text{ MPa} < p \leq 500 \text{ MPa}$	$T_{fus}(p) \leq T \leq 433,15 \text{ K}$
$500 \text{ MPa} < p \leq 1000 \text{ MPa}$	$T_{fus}(p) \leq T \leq 373,15 \text{ K}$

Tabela 23 – Valores de referência para condutividade térmica

$T \text{ (K)}$	$\rho \text{ (kg m}^{-3}\text{)}$	$\bar{\lambda}_1$	$\bar{\lambda}_2$	$\lambda \text{ (W m}^{-1} \text{ K}^{-1}\text{)}$
298,15	0			$0,184\,341\,883 \cdot 10^{-1}$
298,15	998			$0,607\,712\,868$
298,15	1200			$0,799\,038\,144$
647,35	1	$0,100\,684\,97 \cdot 10^1$	$0,1300 \cdot 10^{-3}$	$0,519\,298\,924 \cdot 10^2$
647,35	122	$0,214\,451\,73 \cdot 10^1$	$0,203\,162\,320 \cdot 10^2$	$0,130\,922\,885 \cdot 10^3$
647,35	222	$0,348\,407\,36 \cdot 10^1$	$0,188\,091\,206 \cdot 10^3$	$0,367\,787\,459 \cdot 10^3$
647,35	272	$0,422\,337\,08 \cdot 10^1$	$0,540\,133\,176 \cdot 10^3$	$0,757\,959\,776 \cdot 10^3$
647,35	322	$0,496\,819\,53 \cdot 10^1$	$0,118\,751\,354 \cdot 10^4$	$0,144\,375\,556 \cdot 10^4$
647,35	372	$0,569\,612\,50 \cdot 10^1$	$0,356\,533\,3 \cdot 10^3$	$0,650\,319\,402 \cdot 10^3$
647,35	422	$0,639\,734\,29 \cdot 10^1$	$0,118\,931\,062 \cdot 10^3$	$0,448\,883\,487 \cdot 10^3$
647,35	750	$0,115\,870\,532 \cdot 10^2$	$0,334\,193\,03 \cdot 10^1$	$0,600\,961\,346 \cdot 10^3$
873,15	0			$0,791\,034\,659 \cdot 10^{-1}$

Fonte: [Daucik e Dooley \(2011a, p. 10\)](#)

Tabela 24 – Valores obtidos para condutividade térmica

T (K)	ρ (kg m ⁻³)	$\bar{\lambda}_1$	$\bar{\lambda}_2$	λ (W m ⁻¹ K ⁻¹)
298,15	0			$0,184\,341\,883\,496 \cdot 10^{-1}$
298,15	998			$0,607\,712\,867\,588$
298,15	1200			$0,799\,038\,143\,566$
647,35	1	$0,100\,684\,968\,549 \cdot 10^1$	$0,130\,002\,398\,254 \cdot 10^{-3}$	$0,519\,298\,923\,919 \cdot 10^2$
647,35	122	$0,214\,451\,730\,367 \cdot 10^1$	$0,203\,162\,319\,755 \cdot 10^2$	$0,130\,922\,885\,207 \cdot 10^3$
647,35	222	$0,348\,407\,362\,111 \cdot 10^1$	$0,188\,091\,206\,409 \cdot 10^3$	$0,367\,787\,458\,887 \cdot 10^3$
647,35	272	$0,422\,337\,083\,754 \cdot 10^1$	$0,540\,133\,176\,063 \cdot 10^3$	$0,757\,959\,776\,435 \cdot 10^3$
647,35	322	$0,496\,819\,532\,385 \cdot 10^1$	$0,118\,751\,353\,619 \cdot 10^4$	$0,144\,375\,556\,158 \cdot 10^4$
647,35	372	$0,569\,612\,500\,072 \cdot 10^1$	$0,356\,533\,325\,987 \cdot 10^3$	$0,650\,319\,401\,595 \cdot 10^3$
647,35	422	$0,639\,734\,287\,096 \cdot 10^1$	$0,118\,931\,062\,424 \cdot 10^3$	$0,448\,883\,487\,299 \cdot 10^3$
647,35	750	$0,115\,870\,532\,171 \cdot 10^2$	$0,334\,193\,026\,734 \cdot 10^1$	$0,600\,961\,345\,585 \cdot 10^3$
873,15	0			$0,791\,034\,658\,965 \cdot 10^{-1}$

Fonte: Produzido pelo autor.

Tabela 25 – Valores de referência para validação da IAPWS-95

T (K)	ρ (kg m ⁻³)	P (MPa)	Cv (kJ kg ⁻¹ K ⁻¹)	w (ms ⁻¹)	s (kJ kg ⁻¹ K ⁻¹)
300	$0,996\,556\,0 \cdot 10^{+3}$	$0,992\,418\,352 \cdot 10^{-1}$	$0,413\,018\,112 \cdot 10^{+1}$	$0,150\,151\,914 \cdot 10^{+4}$	$0,393\,062\,643$
300	$0,100\,530\,8 \cdot 10^{+4}$	$0,200\,022\,515 \cdot 10^{+2}$	$0,406\,798\,347 \cdot 10^{+1}$	$0,153\,492\,501 \cdot 10^{+4}$	$0,387\,405\,401$
300	$0,118\,820\,2 \cdot 10^{+4}$	$0,700\,004\,704 \cdot 10^{+3}$	$0,346\,135\,580 \cdot 10^{+1}$	$0,244\,357\,992 \cdot 10^{+4}$	$0,132\,609\,616$
500	$0,435\,000\,0$	$0,999\,679\,423 \cdot 10^{-1}$	$0,150\,817\,541 \cdot 10^{+1}$	$0,548\,314\,253 \cdot 10^{+3}$	$0,794\,488\,271 \cdot 10^{+1}$
500	$0,453\,200\,0 \cdot 10^{+1}$	$0,999\,938\,125$	$0,166\,991\,025 \cdot 10^{+1}$	$0,535\,739\,001 \cdot 10^{+3}$	$0,682\,502\,725 \cdot 10^{+1}$
500	$0,838\,025\,0 \cdot 10^{+3}$	$0,100\,003\,858 \cdot 10^{+2}$	$0,322\,106\,219 \cdot 10^{+1}$	$0,127\,128\,441 \cdot 10^{+4}$	$0,256\,690\,919 \cdot 10^{+1}$
500	$0,108\,456\,4 \cdot 10^{+4}$	$0,700\,000\,405 \cdot 10^{+3}$	$0,307\,437\,693 \cdot 10^{+1}$	$0,241\,200\,877 \cdot 10^{+4}$	$0,203\,237\,509 \cdot 10^{+1}$
647	$0,358\,000\,0 \cdot 10^{+3}$	$0,220\,384\,756 \cdot 10^{+2}$	$0,618\,315\,728 \cdot 10^{+1}$	$0,252\,145\,078 \cdot 10^{+3}$	$0,432\,092\,307 \cdot 10^{+1}$
900	$0,241\,000\,0$	$0,100\,062\,559$	$0,175\,890\,657 \cdot 10^{+1}$	$0,724\,027\,147 \cdot 10^{+3}$	$0,916\,653\,194 \cdot 10^{+1}$
900	$0,526\,150\,0 \cdot 10^{+2}$	$0,200\,000\,690 \cdot 10^{+2}$	$0,193\,510\,526 \cdot 10^{+1}$	$0,698\,445\,674 \cdot 10^{+3}$	$0,659\,070\,225 \cdot 10^{+1}$
900	$0,870\,769\,0 \cdot 10^{+3}$	$0,700\,000\,006 \cdot 10^{+3}$	$0,266\,422\,350 \cdot 10^{+1}$	$0,201\,933\,608 \cdot 10^{+4}$	$0,417\,223\,802 \cdot 10^{+1}$

Fonte: [Petrova e Dooley \(2014b, p. 14\)](#)

Tabela 26 – Valores obtidos por meio da implementação da IAPWS-95

T (K)	ρ (kg m ⁻³)	P (MPa)	C_v (kJ kg ⁻¹ K ⁻¹)	w (m s ⁻¹)	s (kJ kg ⁻¹ K ⁻¹)
300	$0,996\,556\,0 \cdot 10^{+3}$	$0,992\,418\,351\,900 \cdot 10^{-1}$	$0,413\,018\,111\,586 \cdot 10^{+1}$	$0,150\,151\,913\,808 \cdot 10^{+4}$	$0,393\,062\,642\,881$
300	$0,100\,530\,8 \cdot 10^{+4}$	$0,200\,022\,515\,281 \cdot 10^{+2}$	$0,406\,798\,347\,089 \cdot 10^{+1}$	$0,153\,492\,501\,096 \cdot 10^{+4}$	$0,387\,405\,400\,999$
300	$0,118\,820\,2 \cdot 10^{+4}$	$0,700\,004\,703\,550 \cdot 10^{+3}$	$0,346\,135\,580\,204 \cdot 10^{+1}$	$0,244\,357\,991\,674 \cdot 10^{+4}$	$0,132\,609\,616\,421$
500	$0,435\,000\,0$	$0,999\,679\,423\,176 \cdot 10^{-1}$	$0,150\,817\,541\,391 \cdot 10^{+1}$	$0,548\,314\,252\,654 \cdot 10^{+3}$	$0,794\,488\,271\,365 \cdot 10^{+1}$
500	$0,453\,200\,0 \cdot 10^{+1}$	$0,999\,938\,124\,840$	$0,166\,991\,024\,525 \cdot 10^{+1}$	$0,535\,739\,001\,345 \cdot 10^{+3}$	$0,682\,502\,725\,277 \cdot 10^{+1}$
500	$0,838\,025\,0 \cdot 10^{+3}$	$0,100\,003\,858\,009 \cdot 10^{+2}$	$0,322\,106\,218\,674 \cdot 10^{+1}$	$0,127\,128\,440\,915 \cdot 10^{+4}$	$0,256\,690\,918\,542 \cdot 10^{+1}$
500	$0,108\,456\,4 \cdot 10^{+4}$	$0,700\,000\,405\,495 \cdot 10^{+3}$	$0,307\,437\,693\,005 \cdot 10^{+1}$	$0,241\,200\,876\,574 \cdot 10^{+4}$	$0,203\,237\,509\,191 \cdot 10^{+1}$
647	$0,358\,000\,0 \cdot 10^{+3}$	$0,220\,384\,755\,707 \cdot 10^{+2}$	$0,618\,315\,727\,667 \cdot 10^{+1}$	$0,252\,145\,078\,270 \cdot 10^{+3}$	$0,432\,092\,306\,676 \cdot 10^{+1}$
900	$0,241\,000\,0$	$0,100\,062\,558\,683$	$0,175\,890\,657\,044 \cdot 10^{+1}$	$0,724\,027\,146\,529 \cdot 10^{+3}$	$0,916\,653\,193\,855 \cdot 10^{+1}$
900	$0,526\,150\,0 \cdot 10^{+2}$	$0,200\,000\,690\,372 \cdot 10^{+2}$	$0,193\,510\,525\,513 \cdot 10^{+1}$	$0,698\,445\,673\,837 \cdot 10^{+3}$	$0,659\,070\,224\,851 \cdot 10^{+1}$
900	$0,870\,769\,0 \cdot 10^{+3}$	$0,700\,000\,005\,756 \cdot 10^{+3}$	$0,266\,422\,349\,779 \cdot 10^{+1}$	$0,201\,933\,608\,249 \cdot 10^{+4}$	$0,417\,223\,801\,585 \cdot 10^{+1}$

Fonte: Produzido pelo autor.

Tabela 27 – Valores de referência para viscosidade

T (K)	ρ (kg m ⁻³)	ε (nm)	$\bar{\mu}_2$	μ (Pa s)
647,35	122	0,309 247	$0,100\,000\,289 \cdot 10^{+1}$	$0,255\,206\,77 \cdot 10^{-4}$
647,35	222	$0,157\,140\,5 \cdot 10^{+1}$	$0,100\,375\,120 \cdot 10^{+1}$	$0,313\,375\,89 \cdot 10^{-4}$
647,35	272	$0,526\,652\,2 \cdot 10^{+1}$	$0,103\,416\,789 \cdot 10^{+1}$	$0,362\,281\,43 \cdot 10^{-4}$
647,35	322	$0,165\,902\,09 \cdot 10^{+2}$	$0,109\,190\,440 \cdot 10^{+1}$	$0,429\,615\,79 \cdot 10^{-4}$
647,35	372	$0,560\,376\,8 \cdot 10^{+1}$	$0,103\,665\,871 \cdot 10^{+1}$	$0,456\,882\,04 \cdot 10^{-4}$
647,35	422	$0,187\,624\,4 \cdot 10^{+1}$	$0,100\,596\,332 \cdot 10^{+1}$	$0,494\,362\,56 \cdot 10^{-4}$

Fonte: [Cooper e Dooley \(2008, p. 9\)](#)

Tabela 28 – Valores obtidos para viscosidade

T (K)	ρ (kg m ⁻³)	ε (nm)	$\bar{\mu}_2$	μ (Pa s)
647,35	122	0,309 247 284 041	$0,100\,000\,289\,130 \cdot 10^{+1}$	$0,255\,206\,768\,365 \cdot 10^{-4}$
647,35	222	$0,157\,140\,494\,497 \cdot 10^{+1}$	$0,100\,375\,120\,089 \cdot 10^{+1}$	$0,313\,375\,891\,973 \cdot 10^{-4}$
647,35	272	$0,526\,652\,243\,598 \cdot 10^{+1}$	$0,103\,416\,788\,979 \cdot 10^{+1}$	$0,362\,281\,431\,361 \cdot 10^{-4}$
647,35	322	$0,165\,902\,088\,314 \cdot 10^{+2}$	$0,109\,190\,440\,364 \cdot 10^{+1}$	$0,429\,615\,788\,102 \cdot 10^{-4}$
647,35	372	$0,560\,376\,843\,075 \cdot 10^{+1}$	$0,103\,665\,871\,405 \cdot 10^{+1}$	$0,456\,882\,044\,747 \cdot 10^{-4}$
647,35	422	$0,187\,624\,418\,725 \cdot 10^{+1}$	$0,100\,596\,332\,291 \cdot 10^{+1}$	$0,494\,362\,560\,149 \cdot 10^{-4}$

Fonte: Produzido pelo autor.

F.2 IAPWS-IF97

A condução de calor e a viscosidade perante a formulação [IAPWS-IF97](#) possuem as mesmas faixas de validade do que segundo a [IAPWS-95](#), apenas sendo restringidas pela validade das regiões da primeira.

Tabela 29 – Valores de referência para viscosidade

T (K)	ρ (kg m ⁻³)	μ (Pa s)	T (K)	ρ (kg m ⁻³)	μ (Pa s)
298,15	998	$0,889\,735\,100 \cdot 10^{-3}$	873,15	100	$0,358\,022\,62 \cdot 10^{-4}$
298,15	1200	$0,143\,764\,946\,7 \cdot 10^{-2}$	873,15	600	$0,774\,301\,95 \cdot 10^{-4}$
373,15	1000	$0,307\,883\,622 \cdot 10^{-3}$	1173,15	1	$0,442\,172\,45 \cdot 10^{-4}$
433,15	1	$0,145\,383\,24 \cdot 10^{-4}$	1173,15	100	$0,476\,404\,33 \cdot 10^{-4}$
433,15	1000	$0,217\,685\,358 \cdot 10^{-3}$	1173,15	400	$0,641\,546\,08 \cdot 10^{-4}$
873,15	1	$0,326\,192\,87 \cdot 10^{-4}$			

Fonte: [Cooper e Dooley \(2008, p. 8\)](#)

Tabela 30 – Valores obtidos para viscosidade

T (K)	ρ (kg m ⁻³)	μ (Pa s)	T (K)	ρ (kg m ⁻³)	μ (Pa s)
298,15	998	$0,889\,735\,100\,150 \cdot 10^{-3}$	873,15	100	$0,358\,022\,617\,219 \cdot 10^{-4}$
298,15	1200	$0,143\,764\,946\,669 \cdot 10^{-2}$	873,15	600	$0,774\,301\,952\,273 \cdot 10^{-4}$
373,15	1000	$0,307\,883\,622\,342 \cdot 10^{-3}$	1173,15	1	$0,442\,172\,445\,147 \cdot 10^{-4}$
433,15	1	$0,145\,383\,244\,858 \cdot 10^{-4}$	1173,15	100	$0,476\,404\,330\,811 \cdot 10^{-4}$
433,15	1000	$0,217\,685\,358\,265 \cdot 10^{-3}$	1173,15	400	$0,641\,546\,078\,484 \cdot 10^{-4}$
873,15	1	$0,326\,192\,869\,740 \cdot 10^{-4}$			

Fonte: Produzido pelo autor.

F.2.1 Região 1

A Região 1 da [IAPWS-IF97](#) se reduz à temperaturas de 273,15 K a 623,15 K e pressões de $p_{sat}(T)$ a 100 MPa ([COOPER; DOOLEY, 2007](#)).

Tabela 31 – Valores de referência para IAPWS-IF97

	$T = 300 \text{ K}$ $p = 3 \text{ MPa}$	$T = 300 \text{ K}$ $p = 80 \text{ MPa}$	$T = 500 \text{ K}$ $p = 3 \text{ MPa}$
\mathbf{v} ($\text{m}^3 \text{ kg}^{-1}$)	$0,100\,215\,168 \cdot 10^{-2}$	$0,971\,180\,894 \cdot 10^{-3}$	$0,120\,241\,800 \cdot 10^{-2}$
h (kJ kg^{-1})	$0,115\,331\,273 \cdot 10^{+3}$	$0,184\,142\,828 \cdot 10^{+3}$	$0,975\,542\,239 \cdot 10^{+3}$
u (kJ kg^{-1})	$0,112\,324\,818 \cdot 10^{+3}$	$0,106\,448\,356 \cdot 10^{+3}$	$0,971\,934\,985 \cdot 10^{+3}$
s ($\text{kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)	$0,392\,294\,792$	$0,368\,563\,852$	$0,258\,041\,912 \cdot 10^{+1}$
Cp ($\text{kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)	$0,417\,301\,218 \cdot 10^{+1}$	$0,401\,008\,987 \cdot 10^{+1}$	$0,465\,580\,682 \cdot 10^{+1}$
w (m s^{-1})	$0,150\,773\,921 \cdot 10^{+4}$	$0,163\,469\,054 \cdot 10^{+4}$	$0,124\,071\,337 \cdot 10^{+4}$

Fonte: [Cooper e Dooley \(2007, p. 9\)](#)

Tabela 32 – Valores obtidos para IAPWS-IF97

	$T = 300 \text{ K}$ $p = 3 \text{ MPa}$	$T = 300 \text{ K}$ $p = 80 \text{ MPa}$	$T = 500 \text{ K}$ $p = 3 \text{ MPa}$
\mathbf{v} ($\text{m}^3 \text{ kg}^{-1}$)	$0,100\,215\,167\,969 \cdot 10^{-2}$	$0,971\,180\,894\,022 \cdot 10^{-3}$	$0,120\,241\,800\,338 \cdot 10^{-2}$
h (kJ kg^{-1})	$0,115\,331\,273\,021 \cdot 10^{+3}$	$0,184\,142\,827\,734 \cdot 10^{+3}$	$0,975\,542\,239\,097 \cdot 10^{+3}$
u (kJ kg^{-1})	$0,112\,324\,817\,982 \cdot 10^{+3}$	$0,106\,448\,356\,213 \cdot 10^{+3}$	$0,971\,934\,985\,087 \cdot 10^{+3}$
s ($\text{kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)	$0,392\,294\,792\,403$	$0,368\,563\,852\,398$	$0,258\,041\,912\,005 \cdot 10^{+1}$
Cp ($\text{kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)	$0,417\,301\,218\,407 \cdot 10^{+1}$	$0,401\,008\,986\,965 \cdot 10^{+1}$	$0,465\,580\,682\,211 \cdot 10^{+1}$
w (m s^{-1})	$0,150\,773\,920\,967 \cdot 10^{+4}$	$0,163\,469\,054\,311 \cdot 10^{+4}$	$0,124\,071\,337\,310 \cdot 10^{+4}$

Fonte: Produzido pelo autor.

Tabela 33 – Valores de referência para condutividade térmica

p T	20 620	50 620
λ (W m ⁻¹ K ⁻¹)	0,481 485 195	0,545 038 940
$\bar{\lambda}_0$	$0,484\,911\,627 \cdot 10^{+2}$	$0,484\,911\,627 \cdot 10^{+2}$
$\bar{\lambda}_1$	$0,966\,869\,008 \cdot 10^{+1}$	$0,111\,212\,177 \cdot 10^{+2}$
$\bar{\lambda}_2$	$0,126\,391\,714 \cdot 10^{+2}$	$0,575\,816\,285 \cdot 10^{+1}$
ρ (kg m ⁻³)	$0,613\,227\,777 \cdot 10^{+3}$	$0,699\,226\,043 \cdot 10^{+3}$
ε (nm)	0,377 694 973	0,189 692 422
Cp (kJ kg ⁻¹ K ⁻¹)	$0,763\,433\,705 \cdot 10^{+4}$	$0,532\,047\,725 \cdot 10^{+4}$
Cv (kJ kg ⁻¹ K ⁻¹)	$0,303\,793\,441 \cdot 10^{+4}$	$0,532\,047\,725 \cdot 10^{+4}$
$Z(y)$	0,166 942 638	0,113 592 223
μ (Pa s)	$0,709\,051\,068 \cdot 10^{-4}$	$0,841\,527\,945 \cdot 10^{-4}$
$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \Big _{\rho, T}$ (kg m ⁻³ MPa ⁻¹)	$0,520\,937\,820 \cdot 10^{+1}$	$0,184\,869\,007 \cdot 10^{+1}$
$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \Big _{\rho, T_R}$ (kg m ⁻³ MPa ⁻¹)	0,935 037 951	0,639 306 277

Fonte: [Daucik e Dooley \(2011a, p. 13\)](#)

Tabela 34 – Valores obtidos para condutividade térmica

p T	20 620	50 620
λ (W m ⁻¹ K ⁻¹)	0,481 485 195 102	0,545 038 939 720
$\bar{\lambda}_0$	$0,484\,911\,626\,806 \cdot 10^{+2}$	$0,484\,911\,626\,806 \cdot 10^{+2}$
$\bar{\lambda}_1$	$0,966\,869\,008\,193 \cdot 10^{+1}$	$0,111\,212\,177\,036 \cdot 10^{+2}$
$\bar{\lambda}_2$	$0,126\,391\,714\,308 \cdot 10^{+2}$	$0,575\,816\,284\,650 \cdot 10^{+1}$
ρ (kg m ⁻³)	$0,613\,227\,777\,440 \cdot 10^{+3}$	$0,699\,226\,043\,285 \cdot 10^{+3}$
ε (nm)	0,377 694 972 605	0,189 692 421 583
Cp (kJ kg ⁻¹ K ⁻¹)	$0,763\,433\,704\,679 \cdot 10^{+4}$	$0,532\,047\,724\,882 \cdot 10^{+4}$
Cv (kJ kg ⁻¹ K ⁻¹)	$0,303\,793\,441\,211 \cdot 10^{+4}$	$0,291\,692\,652\,524 \cdot 10^{+4}$
$Z(y)$	0,166 942 637 801	0,113 592 223 192
μ (Pa s)	$0,709\,051\,067\,515 \cdot 10^{-4}$	$0,841\,527\,944\,868 \cdot 10^{-4}$
$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \Big _{\rho, T}$ (kg m ⁻³ MPa ⁻¹)	$0,520\,937\,819\,792 \cdot 10^{+1}$	$0,184\,869\,006\,552 \cdot 10^{+1}$
$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \Big _{\rho, T_R}$ (kg m ⁻³ MPa ⁻¹)	0,935 037 951 266	0,639 306 276 784

Fonte: Produzido pelo autor.

F.2.2 Região 2

A Região 2 se referente aos seguintes limites (COOPER; DOOLEY, 2007):

$$\begin{array}{ll}
 273,15 \text{ K} \leq T \leq 623,15 \text{ K} & 0 < p \leq p_{sat}(T) \\
 623,15 \text{ K} \leq T \leq 863,15 \text{ K} & 0 < p \leq p(T) \\
 863,15 \text{ K} \leq T \leq 1073,15 \text{ K} & 0 < p \leq 100 \text{ MPa}
 \end{array}$$

onde $p(T)$ é encontrada através da equação F.1, na qual p é dada em MPa e T^* é igual a 1 K:

$$\begin{aligned}
 p(T) = 0,348\,051\,856\,289\,69 \cdot 10^3 - 0,116\,718\,598\,799\,75 \cdot 10^1 \frac{T}{T^*} + \\
 0,101\,929\,700\,393\,26 \cdot 10^{-2} \left(\frac{T}{T^*} \right)^2
 \end{aligned} \tag{F.1}$$

Tabela 35 – Valores de referência para IAPWS-IF97

	$T = 300 \text{ K}$ $p = 0,0035 \text{ MPa}$	$T = 700 \text{ K}$ $p = 0,0035 \text{ MPa}$	$T = 700 \text{ K}$ $p = 30 \text{ MPa}$
\mathbf{v} ($\text{m}^3 \text{ kg}^{-1}$)	$0,394\,913\,866 \cdot 10^{+2}$	$0,923\,015\,898 \cdot 10^{+2}$	$0,542\,946\,619 \cdot 10^{-2}$
h (kJ kg^{-1})	$0,254\,991\,145 \cdot 10^{+4}$	$0,333\,568\,375 \cdot 10^{+4}$	$0,263\,149\,474 \cdot 10^{+4}$
u (kJ kg^{-1})	$0,241\,169\,160 \cdot 10^{+4}$	$0,301\,262\,819 \cdot 10^{+4}$	$0,246\,861\,076 \cdot 10^{+4}$
s ($\text{kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)	$0,852\,238\,967 \cdot 10^{+1}$	$0,101\,749\,996 \cdot 10^{+2}$	$0,517\,540\,298 \cdot 10^{+1}$
Cp ($\text{kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)	$0,191\,300\,162 \cdot 10^{+1}$	$0,208\,141\,274 \cdot 10^{+1}$	$0,103\,505\,092 \cdot 10^{+2}$
w (m s^{-1})	$0,427\,920\,172 \cdot 10^{+3}$	$0,644\,289\,068 \cdot 10^{+3}$	$0,480\,386\,523 \cdot 10^{+3}$

Fonte: Cooper e Dooley (2007, p. 17)

Tabela 36 – Valores obtidos para IAPWS-IF97

	$T = 300 \text{ K}$ $p = 0,0035 \text{ MPa}$	$T = 700 \text{ K}$ $p = 0,0035 \text{ MPa}$	$T = 700 \text{ K}$ $p = 30 \text{ MPa}$
$\mathbf{v} \text{ (m}^3 \text{ kg}^{-1}\text{)}$	$0,394\,913\,866\,378 \cdot 10^{+2}$	$0,923\,015\,898\,174 \cdot 10^{+2}$	$0,542\,946\,619\,462 \cdot 10^{-2}$
$h \text{ (kJ kg}^{-1}\text{)}$	$0,254\,991\,145\,084 \cdot 10^{+4}$	$0,333\,568\,375\,373 \cdot 10^{+4}$	$0,263\,149\,474\,484 \cdot 10^{+4}$
$u \text{ (kJ kg}^{-1}\text{)}$	$0,241\,169\,159\,761 \cdot 10^{+4}$	$0,301\,262\,818\,937 \cdot 10^{+4}$	$0,246\,861\,075\,901 \cdot 10^{+4}$
$s \text{ (kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}\text{)}$	$0,852\,238\,966\,734 \cdot 10^{+1}$	$0,101\,749\,995\,786 \cdot 10^{+2}$	$0,517\,540\,298\,230 \cdot 10^{+1}$
$Cp \text{ (kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}\text{)}$	$0,191\,300\,162\,098 \cdot 10^{+1}$	$0,208\,141\,274\,370 \cdot 10^{+1}$	$0,103\,505\,092\,082 \cdot 10^{+2}$
$w \text{ (m s}^{-1}\text{)}$	$0,427\,920\,172\,263 \cdot 10^{+3}$	$0,644\,289\,067\,567 \cdot 10^{+3}$	$0,480\,386\,523\,170 \cdot 10^{+3}$

Fonte: Produzido pelo autor.

Tabela 37 – Valores de referência para condutividade térmica

p	0.3	50
T	650	800
$\lambda \text{ (W m}^{-1} \text{ K}^{-1}\text{)}$	$0,522\,311\,024 \cdot 10^{-1}$	$0,177\,709\,914$
$\bar{\lambda}_0$	$0,518\,787\,461 \cdot 10^{+2}$	$0,698\,329\,394 \cdot 10^{+2}$
$\bar{\lambda}_1$	$0,100\,678\,943 \cdot 10^{+1}$	$0,244\,965\,343 \cdot 10^{+1}$
$\bar{\lambda}_2$	$0,129\,246\,457 \cdot 10^{-3}$	$0,664\,341\,394 \cdot 10^{+1}$
$\rho \text{ (kg m}^{-3}\text{)}$	$0,100\,452\,141 \cdot 10^{+1}$	$0,218\,030\,012 \cdot 10^{+3}$
$\varepsilon \text{ (nm)}$	$0,104\,305\,448 \cdot 10^{-2}$	$0,193\,491\,903$
$Cp \text{ (kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}\text{)}$	$0,207\,010\,035 \cdot 10^{+4}$	$0,590\,718\,707 \cdot 10^{+4}$
$Cv \text{ (kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}\text{)}$	$0,159\,675\,313 \cdot 10^{+4}$	$0,252\,343\,426 \cdot 10^{+4}$
$Z(y)$	$0,121\,437\,275 \cdot 10^{-2}$	$0,137\,263\,826$
$\mu \text{ (Pa s)}$	$0,234\,877\,453 \cdot 10^{-4}$	$0,393\,727\,534 \cdot 10^{-4}$
$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \Big _{\rho, T} \text{ (kg m}^{-3} \text{ MPa}^{-1}\text{)}$	$0,336\,351\,419 \cdot 10^{+1}$	$0,661\,484\,493 \cdot 10^{+1}$
$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \Big _{\rho, T_R} \text{ (kg m}^{-3} \text{ MPa}^{-1}\text{)}$	$0,223\,819\,386 \cdot 10^{+1}$	$0,312\,182\,530 \cdot 10^{+1}$

Fonte: [Daucik e Dooley \(2011a, p. 13\)](#)

Tabela 38 – Valores obtidos para condutividade térmica

p	0.3	50
T	650	800
λ (W m ⁻¹ K ⁻¹)	$0,522\,311\,024\,354 \cdot 10^{-1}$	$0,177\,709\,913\,534$
$\bar{\lambda}_0$	$0,518\,787\,460\,628 \cdot 10^{+2}$	$0,698\,329\,393\,818 \cdot 10^{+2}$
$\bar{\lambda}_1$	$0,100\,678\,943\,022 \cdot 10^{+1}$	$0,244\,965\,343\,162 \cdot 10^{+1}$
$\bar{\lambda}_2$	$0,129\,246\,456\,958 \cdot 10^{-3}$	$0,664\,341\,393\,755 \cdot 10^{+1}$
ρ (kg m ⁻³)	$0,100\,452\,140\,735 \cdot 10^{+1}$	$0,218\,030\,012\,152 \cdot 10^{+3}$
ε (nm)	$0,104\,305\,448\,496 \cdot 10^{-2}$	$0,193\,491\,903\,380$
Cp (kJ kg ⁻¹ K ⁻¹)	$0,207\,010\,035\,083 \cdot 10^{+4}$	$0,590\,718\,706\,989 \cdot 10^{+4}$
Cv (kJ kg ⁻¹ K ⁻¹)	$0,159\,675\,312\,951 \cdot 10^{+4}$	$0,252\,343\,425\,682 \cdot 10^{+4}$
$Z(y)$	$0,121\,437\,275\,188 \cdot 10^{-2}$	$0,137\,263\,825\,978$
μ (Pa s)	$0,234\,877\,453\,472 \cdot 10^{-4}$	$0,393\,727\,534\,431 \cdot 10^{-4}$
$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \Big _{\rho, T}$ (kg m ⁻³ MPa ⁻¹)	$0,336\,351\,419\,057 \cdot 10^{+1}$	$0,661\,484\,492\,792 \cdot 10^{+1}$
$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \Big _{\rho, T_R}$ (kg m ⁻³ MPa ⁻¹)	$0,223\,819\,386\,433 \cdot 10^{+1}$	$0,312\,182\,530\,231 \cdot 10^{+1}$

Fonte: Produzido pelo autor.

APÊNDICE G – Cálculos das Variáveis para Verificação por meio de Krepper et al. (2007)

Para adaptar os parâmetros utilizados em Krepper et al. (2007) em variáveis próprias ao presente trabalho, tomamos os seguintes passos:

Assumimos um diâmetro externo para a VC (D_w) idêntico ao interno do tubo:

$$D_w = D_{ta} = 15,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

e consequentemente um raio externo para o revestimento (r_{ce}) equivalente a $7,7 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

Adotamos a área do canal como sendo igual a área transversal do tubo:

$$A_{cn} = A_{ta} = \frac{\pi D_{ta}^2}{4}$$

Por meio da equação (2.8) calculamos o *Pitch* entre VCs, assegurando, assim, a congruência entre os trabalhos:

$$p = \sqrt{A_{cn} + \frac{P_w^2}{4\pi}} = \sqrt{\frac{\pi D_{ta}^2}{4} + \frac{(\pi D_{ta})^2}{4\pi}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} D_{ta} = 19,30104 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Determinamos a taxa linear de energia térmica “gerada” pela VC mediante o fluxo de calor uniforme adotado por Krepper et al. (2007) ($5,7 \cdot 10^5 \text{ W m}^{-2}$) e sabendo que a integral deste no perímetro externo da VC se iguala àquela, tendo em vista estado estacionário:

$$q' = \int_{P_w} q'' dP_w = q'' \pi D_{ta} = 27,5769 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-1}$$

A partir da área do canal e do fluxo mássico ($900,0 \text{ kg s}^{-1} \text{ m}^{-2}$), encontramos a vazão mássica no CR de nosso reator simbólico:

$$\dot{m} = 900,0 \frac{\pi D_{ta}^2}{4} = 0,1676 \text{ kg s}^{-1}$$

E finalmente, adotamos a mesma pressão ($p = 4,5 \cdot 10^6$ Pa), altura ($a_{vc} = 2,0$ m) e temperatura de entrada ($T_{sat} = 58,2^\circ\text{C}$) que [Krepper et al. \(2007\)](#), e assumimos valores arbitrários para os raios do combustível ($r_f = 7,06 \cdot 10^{-3}$ m) e interno do revestimento ($r_{ci} = 7,1 \cdot 10^{-3}$ m).

Anexos

ANEXO A – Variáveis da Fração de Vazio de Chexal-Lellouche

Neste anexo constam as variáveis da correlação de Chexal-Lellouche, [equação \(2.15\)](#), para a fração de vazio extraídas de [Todreas e Kazimi \(2011, p. 629-631\)](#):

$$L = \frac{L_n}{L_d}$$

$$L_n = \begin{cases} 1 - \exp(-\alpha C_p), & \text{para } \alpha C_p < 170 \\ 1, & \text{para } \alpha C_p \geq 170 \end{cases}$$

$$L_d = \begin{cases} 1 - \exp(-C_p), & \text{para } C_p < 170 \\ 1, & \text{para } C_p \geq 170 \end{cases}$$

$$C_p = \left| \frac{4p_{cr}^2}{p(p_{cr} - p)} \right|$$

$$K_0 = B_1 + (1 - B_1) \left(\frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^{0,25}$$

$$B_1 = \begin{cases} 0,8, & \text{se } A_1 > 0,8 \\ A_1, & \text{se } A_1 < 0,8 \end{cases}$$

$$A_1 = \begin{cases} \frac{1}{1 + \exp(85)}, & \text{se } 85 < \frac{-Re}{60.000} \\ \frac{1}{1 + \exp(-85)}, & \text{se } -85 > \frac{-Re}{60.000} \\ \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{-Re}{60.000}\right)}, & \text{se } -85 < \frac{-Re}{60.000} < 85 \end{cases}$$

$$Re = \begin{cases} Re_g, & \text{se } Re_g > Re_f \text{ ou } Re_g < 0 \\ Re_f, & \text{se } Re_f > Re_g \text{ e } Re_g > 0 \end{cases}$$

$$Re_f = \frac{\rho_f j_f D_h}{\mu_f} \qquad Re_g = \frac{\rho_g j_g D_h}{\mu_g}$$

$$r = \frac{1 + 1.57 \left(\frac{\rho_g}{\rho_f} \right)}{1 - B_1}$$

$$C_1 = \begin{cases} (1 - \alpha)^{B_1}, & \text{se } Re_g \geq 0 \\ (1 - \alpha)^{0.5}, & \text{se } Re_g < 0 \end{cases}$$

$$C_2 = \begin{cases} 1, & \text{se } \frac{\rho_f}{\rho_g} \geq 18 \text{ e } C_5 \geq 1 \text{ ou } \frac{\rho_f}{\rho_g} \geq 18, C_5 < 1 \text{ e } C_6 \geq 85 \\ \frac{1}{1 - \exp(-C_6)}, & \text{se } \frac{\rho_f}{\rho_g} \geq 18, C_5 < 1 \text{ e } C_6 < 85 \\ 0.4757 [\ln(1,00001)]^{0.7}, & \text{se } \frac{\rho_f}{\rho_g} < 1,00001 \\ 0.4757 \left[\ln \left(\frac{\rho_f}{\rho_g} \right) \right]^{0.7}, & \text{se } 1,00001 < \frac{\rho_f}{\rho_g} < 18 \end{cases}$$

$$C_5 = \left[150 \left(\frac{\rho_g}{\rho_f} \right) \right]^{0.5} \qquad C_6 = \frac{C_5}{1 - C_5}$$

$$C_4 = \begin{cases} 1, & \text{se } C_7 \geq 1 \\ \frac{1}{1 - \exp(-C_8)}, & \text{se } C_7 < 1 \end{cases}$$

$$C_7 = \left(\frac{D_2}{D_h} \right)^{0.6} \qquad C_8 = \frac{C_7}{1 - C_7}$$

$$C_3 = \begin{cases} 0,5, & \text{se } j_f > 0, j_g > 0 \text{ e } 2 \exp\left(\frac{|Re_f|}{300.000}\right) \leq 0,5 \\ 2 \exp\left(\frac{|Re_f|}{300.000}\right), & \text{se } j_f > 0, j_g > 0 \text{ e } 2 \exp\left(\frac{|Re_f|}{300.000}\right) > 0,5 \\ 2 \left(\frac{C_{10}}{2}\right)^{B_2}, & \text{se } j_f < 0 \text{ e } j_g < 0, \text{ ou } j_f < 0 \text{ e } j_g > 0 \end{cases}$$

$$C_{10} = 2 \exp\left(\frac{|Re_f|^{0,4}}{350.000}\right) - 1,7|Re_f|^{0,035} \exp\left[\frac{-|Re_f|}{60.000} \left(\frac{D_1}{D_h}\right)^2\right] + \left(\frac{D_1}{D_h}\right)^{0,1} |Re_f|^{0,001}$$

$$B_2 = \frac{1}{\left(1 + 0,05 \frac{|Re_f|}{350.000}\right)^{0,4}}$$

em que p_{cr} é a pressão crítica da água, cujo valor é $22,06 \cdot 10^6$ Pa. Já j_f e j_g são as velocidades superficiais (ou fluxos volumétricos) de líquido e vapor que calculamos por:

$$j_f = \frac{\dot{m}(1-x)}{\rho_f A_{cn}} \qquad j_g = \frac{\dot{m}x}{\rho_g A_{cn}}$$

Temos também que na [equação \(2.15\)](#) j é o fluxo volumétrico total e β é a fração de fluxo volumétrico, dados por:

$$j = j_f + j_g$$

$$\beta = \frac{j_g}{j} = \frac{1}{1 + \frac{1-x}{x} \frac{\rho_g}{\rho_f}}$$

Como a correlação de Chexal-Lellouche depende da própria fração de vazio, ela é resolvida iterativamente pelo método de Newton-Raphson.